SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO VĨNH PHÚC

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2023-2024

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)

Viết vào tờ giấy thi đáp án đúng mà em chọn (Ví dụ: Câu 1 *nếu chọn* A *là đúng thì viết* Câu 1: A).

Câu 1. Biểu thức $\sqrt{120-6x}$ có nghĩa khi

A. $x \geq 20$. **B.** $x \leq 20$. **C.** $x < 20$. **D.** $x > 20$.

Câu 2. Hàm số $y = (m-2023)x + 2024$ (với m là tham số) đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi

A. $m > 2023$. **B.** $m \geq 2024$. **C.** $m \leq 2023$. **D.** $m < 2024$.

Câu 3. Phương trình $3x^2 - 7x + 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Khi đó $|x_1 - x_2|$ bằng

A. $\frac{7}{3}$. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A, biết độ dài các cạnh $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A. 10 cm. **B.** $5\sqrt{2}$ cm. **C.** 5 cm. **D.** $\sqrt{10}$ cm.

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 5 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x - 3y = 9 \end{cases}$.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho biểu thức $A = \dfrac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \dfrac{x-1}{\sqrt{x}+1}$ (với $x \geq 0; x \neq 1$).

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm tất cả các số nguyên x để A nhận giá trị nguyên.

Câu 7 (2,0 điểm). Cho phương trình $x^2 - (2m+1)x + m^2 - 1 = 0$ (1) với m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 5$.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện:

$$(x_1^2 - 2mx_1 + m^2)(x_2 + 1) = 4.$$

Câu 8 (1,0 điểm). Một hãng taxi công nghệ cao có giá cước (giá tiền khách hàng phải trả cho mỗi km) được tính theo các mức như sau:

Mức 1: Giá mở cửa cho 1 km đầu tiên là 20000 đồng;

Mức 2: Từ trên 1 km đến 25 km;

Mức 3: Từ trên 25 km.

Biết rằng anh A đi 32 km phải trả tiền taxi là 479500 đồng còn chị B đi 41 km phải trả 592000 đồng. Hỏi giá cước của hãng taxi trên ở mức 2 và mức 3 là bao nhiêu? Nếu khách hàng đi 24 km thì phải trả taxi bao nhiêu tiền?

Câu 9 (2,5 điểm). Cho đường tròn (O) và BC là một dây cung khác đường kính của (O), A là điểm di động trên cung lớn BC sao cho $AC > AB$ $(A \neq B)$. Gọi D là chân đường phân giác trong góc BAC $(D \in BC)$. Đường thẳng đi qua O và vuông góc với BC cắt đường thẳng AD tại E. Kẻ EH, EK lần lượt vuông góc với AB và AC $(H \in AB, K \in AC)$.

a) Chứng minh $EHAK$ là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi F là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Chứng minh điểm E thuộc đường tròn (O) và E là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCF.

c) Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AE, BE và BC. Chứng minh $BMDN$ là tứ giác nội tiếp. Xác định vị trí điểm A để bốn điểm H, N, I, K thẳng hàng.

Câu 10 (0,5 điểm). Cho các số thực a, b, c sao cho phương trình $ax^2 + bx + c + 2023 = 0$ nhận $x = 1$ là nghiệm. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{3a^2 - 2ab + 3b^2} + \sqrt{5b^2 - 6bc + 5c^2} + \sqrt{6c^2 - 8ca + 6a^2}.$$

---------- **Hết** ----------

TRƯỜNG THCS LẬP THẠCH **KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2023 – 2024**

ĐÁP ÁN THAM KHẢO MÔN: TOÁN – THPT

(Tổ Toán – Trường THCS Lập Thạch)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM: (2,0 điểm)

Mỗi câu đúng được 0,5 điểm

Câu	1	2	3	4
Đáp án	B	A	D	C

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 5. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x+2y=5\\x-3y=9\end{cases}$

Nội dung
$\begin{cases}3x+2y=5\\x-3y=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=9+3y\\3(9+3y)+2y=5\end{cases}$
$\Leftrightarrow\begin{cases}x=9+3y\\11y=-22\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=9+3y\\y=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=-2\end{cases}$
Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x,y)=(3;-2)$

Câu 6. (1,0 điểm) Cho biểu thức $A=\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x-1}-\dfrac{x-1}{\sqrt{x}+1},(x\geq 0;x\neq 1)$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm tất cả các số nguyên x để A nhận giá trị nguyên.

Nội dung
a) Rút gọn biểu thức. $A=\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x-1}-\dfrac{x-1}{\sqrt{x}+1}=\dfrac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}-\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}+1}$
$=\dfrac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}-\left(\sqrt{x}-1\right)=\dfrac{x-\sqrt{x}+1-\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}-1}$ $=\dfrac{x-\sqrt{x}+1-x+2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$
b) Ta có: $A=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}=1+\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$ Để $A\in Z$ thì $\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}\in Z\Leftrightarrow\sqrt{x}-1\in U(1)=\{1;-1\}$
Nếu $\sqrt{x}-1=1\Leftrightarrow x=4(t/m)$

Nếu $\sqrt{x}-1=-1\Leftrightarrow x=0(t/m)$

Vậy $x\in\{0;4\}$ thì A có giá trị nguyên.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho phương trình $x^2-(2m+1)x+m^2-1=0\ (1)$ với m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi m = 5.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1;x_2$ thỏa mãn điều kiện $\left(x_1^2-2mx_1+m^2\right)(x_2+1)=4$

Nội dung
a) Với m = 5, ta có phương trình: $x^2-11x+24=0$
Ta có: $\Delta=(-11)^2-4.24=25>0$
Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1=3;x_2=8$ Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\{3;8\}$
b) Ta có $\Delta=(2m+1)^2-4\left(m^2-1\right)=4m+5$ Để phương trình có hai nghiệm thì $4m+5\ge 0\Leftrightarrow m\ge\frac{-5}{4}$ Theo Vi-et, ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=2m+1\\x_1.x_2=m^2-1\end{cases}$ Vì x_1 là nghiệm của phương trình (1) nên ta có: $x_1^2-(2m+1)x_1+m^2-1=0$ $\Leftrightarrow x_1^2-2mx_1+m^2=x_1+1$ Thay $x_1^2-2mx_1+m^2=x_1+1$ vào $\left(x_1^2-2mx_1+m^2\right)(x_2+1)=4$ ta có: $(x_1+1)(x_2+1)=4$ $\Leftrightarrow x_1x_2+x_1+x_2=3$ Suy ra $m^2-1+2m+1=3\Leftrightarrow m^2+2m-3=0\Leftrightarrow(m-1)(m+3)=0$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}m=1 & (t/m)\\m=-3 & (kt/m)\end{array}\right.$ Vậy với $m=1$ thì phương trình (1) có hai nghiệm $x_1;x_2$ thỏa mãn điều kiện $\left(x_1^2-2mx_1+m^2\right)(x_2+1)=4$

Câu 8 (1,0 điểm). Một hãng taxi công nghệ cao có giá cước (giá tiền khách hàng phải trả cho mỗi km) được tính theo các mức như sau:

Mức 1: Giá mở cửa cho 1 km đầu tiên là 20000 đồng

Mức 2: Từ trên 1 km đến 25 km

Mức 3: Từ trên 25 km

Biết rằng anh A đi 32 km phải trả tiền taxi là 479500 đồng còn chị B đi 41 km phải trả 592000 đồng. Hỏi giá cước của hãng taxi trên ở mức 2 và mức 3 là bao nhiêu? Nếu khách hàng đi 24 km thì phải trả taxi là bao nhiêu tiền?

Nội dung
Gọi giá cước của hãng taxi ở mức 2 là x đồng (ĐK x>0) Gọi giá cước của hãng taxi ở mức 3 là y đồng (ĐK y>0)
Anh A: Trả số tiền ở mức 2 là $(25-1)x=24x$ (đồng) Trả số tiền ở mức 3 là $(32-25)y=7y$ (đồng) Theo đề bài ta có phương trình: $20000+24x+7y=479500$ $24x+7y=459500$ (1)
Chị B: Trả số tiền ở mức 2 là $(25-1)x=24x$ (đồng) Trả số tiền ở mức 3 là $(41-25)y=16y$ (đồng) Theo đề bài ta có phương trình: $20000+24x+16y=592000 \Leftrightarrow 24x+16y=572000$ (2)
Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases}24x+7y=459500\\24x+16y=572000\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}24x+7y=459500\\9y=112500\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=15500\\y=12500\end{cases}$ (thỏa mãn ĐK của ẩn) Vậy: Giá tiền của hãng taxi ở mức 2 là 155000 đồng Giá tiền của hãng taxi ở mức 3 là 125000 đồng Nếu khách hàng đi 24km thì phải trả số tiền là: $20000+23.15500=376500$ đồng

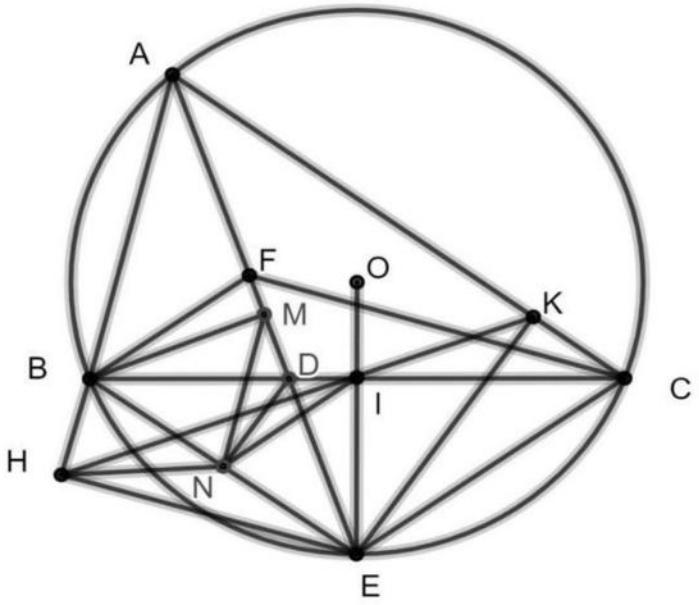
Câu 9. (2,5 điểm) Cho đường tròn (O) và BC là một dây cung khác đường kính của (O), A là điểm di động trên cung lớn BC sao cho $AC > AB$ $(A \neq B)$. Gọi D là chân đường phân giác trong góc BAC $(D \in BC)$. Đường thẳng đi qua O và vuông góc với BC cắt đường thẳng AD tại E. Kẻ EH, EK lần lượt vuông góc với AB và AC $(H \in AB, K \in AC)$.

a) Chứng minh $EHAK$ là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi F là đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Chứng minh điểm E thuộc đường tròn (O) và E là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCF.

c) M, N, I lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AE, BE và BC. Chứng minh $BMDN$ là tứ giác nội tiếp. Xác định vị trí điểm A để bốn điểm H, N, I, K thẳng hàng

Nội dung	**Điểm 2,5**



a) Ta có:

+) $EHA = 90^0$ (giả thiết)

+) $EKA = 90^0$ (giả thiết)

Tứ giác $EHAK$, có: $EHA + EKA = 90^0 + 90^0 = 180^0$

Mà hai góc này ở vị trí đối nhau nên $EHAK$ là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi E' là giao điểm của AD với đường tròn (O) thì E' là điểm chính giữa của cung BC nhỏ.

Suy ra $OE' \perp BC$ nên $E \equiv E'$.

Vậy E thuộc đường tròn (O).

Do $EB = EC \Rightarrow EB = EC$ (1)

Ta có:

$$BFE = BAE + ABF = \frac{1}{2}BAC + \frac{1}{2}ABC$$

$$EBF = EBC + CBF = \frac{1}{2}BAC + \frac{1}{2}ABC$$

$\Rightarrow BFE = EBF \Rightarrow \Delta BFE$ cân tại E $\Rightarrow EB = EF$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $EB = EF = EC$

Hay E là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCF.

c) *)Ta có MN là đường trung bình của tam giác EAB

$\Rightarrow MN // AB \Rightarrow BAE = NME$ (3)

Mà $BAE = CAE = CBE$ (4)

Từ (3), (4) suy ra $CBE = NME$

Hay $NMD = NBD$ nên BMDN là tứ giác nội tiếp.

*) Tứ giác $EHBI$ có $EHB = EIB = 90^0$ nên là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow BIH = BEH$ (5)

Tương tự ta có $ECKI$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow CIK = CEK$ (6) Ta lại có $\Delta HEB = \Delta KEC$ *(ch-cgv)* Vì có: $EB=EC$ (chứng minh trên) $EH=EK$ (AE là phân giác của BAC) $\Rightarrow HEB = KEC$ (7) Từ (5), (6), (7) suy ra $BIH = KIC$ Ta có $HIK = HIC + KIC = HIC + BIH = 180^0$ Nên *H, I, K* thẳng hàng. Ta có $HN = IN = \frac{BE}{2}$ (trung tuyến trong tam giác vuông) Bốn điểm *H, N, I, K* thẳng hàng $\Leftrightarrow$ *H, N, I* thẳng hàng $\Leftrightarrow$ *BHEI* là hình chữ nhật $\Leftrightarrow HBI = 90^0 \Leftrightarrow ABC = 90^0 \Leftrightarrow AC$ là đường kính của (O). Vậy khi *A* đối xứng với *C* qua *O* thì bốn điểm *H, N, I, K* thẳng hàng.	

Câu 10. (0,5 điểm) Cho các số thực a,b,c sao cho phương trình $ax^2 + bx + c + 2023 = 0$ nhận x = 1 là nghiệm. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{3a^2 - 2ab + 3b^2} + \sqrt{5b^2 - 6bc + 5c^2} + \sqrt{6c^2 - 8ac + 6a^2}$$

Nội dung	Điểm 0,5
Do phương trình $ax^2 + bx+c+2023=0$ nhận x = 1 là nghiệm nên ta có $a+b+c+2023=0 \Rightarrow a+b+c=-2023$	
Ta có: $3a^2 - 2ab + 3b^2 = a^2 + 2ab + b^2 + 2a^2 - 4ab + 2b^2$ $= (a+b)^2 + 2(a-b)^2 \geq (a+b)^2$ $\Rightarrow \sqrt{3a^2 - 2ab + 3b^2} \geq \sqrt{(a+b)^2} = \lvert a+b \rvert$	
Tương tự ta có: $5b^2 - 6bc + 5c^2 = (b+c)^2 + 4(b-c)^2 \geq (b+c)^2$ $\Rightarrow \sqrt{5b^2 - 6bc + 5c^2} \geq \sqrt{(b+c)^2} = \lvert b+c \rvert$ $6c^2 - 8ac + 6a^2 = (c+a)^2 + 5(a-c)^2 \geq (a+c)^2$ $\Rightarrow \sqrt{6c^2 - 8ac + 6a^2} \geq \sqrt{(a+c)^2} = \lvert a+c \rvert$	
Suy ra: $P \geq \lvert a+b \rvert + \lvert b+c \rvert + \lvert c+a \rvert$ $\Rightarrow P \geq \lvert a+b+b+c \rvert + \lvert c+a \rvert$ $\Rightarrow P \geq \lvert a+b+b+c+c+a \rvert = \lvert 2(a+b+c) \rvert$	

=> $P \geq \left\|2.(-2023)\right\| = 4046$ Dấu "=" xảy ra khi: $\begin{cases} a=b=c \\ (a+b)(b+c) \geq 0 \\ (a+b+b+c)(c+a) \geq 0 \\ a+b+c=-2023 \end{cases} \Rightarrow a=b=c=\frac{-2023}{3}$ Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là 4046 khi $a=b=c=\frac{-2023}{3}$	

----------Hết----------