

Câu I (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} - \frac{2+5\sqrt{x}}{x-4}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tìm tất cả các giá trị của x để $P > 1$.

Câu II (2,0 điểm).

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng (d) có phương trình $y = ax + b$.
Tìm a, b để đường thẳng (d) có hệ số góc bằng 3 và đi qua điểm $M(-1; 2)$.

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x + y = 6 \\ x - y = -2 \end{cases}$$

Câu III (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$.

2. Cho phương trình $x^2 - 2mx - m^2 - 2 = 0$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 (với $x_1 < x_2$) thỏa mãn hệ thức $x_2 - 2|x_1| - 3x_1x_2 = 3m^2 + 3m + 4$.

Câu IV (3,0 điểm).

Cho đường tròn (O) và một điểm M nằm ngoài đường tròn. Từ điểm M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến (O) (với A, B là các tiếp điểm). Gọi C là điểm đối xứng với B qua O , đường thẳng MC cắt đường tròn (O) tại D (D khác C).

1. Chứng minh $MAOB$ là tứ giác nội tiếp.
2. Gọi N là giao điểm của hai đường thẳng AD và MO . Chứng minh $MN^2 = ND \cdot NA$.
3. Gọi H là giao điểm của MO và AB . Chứng minh $\left(\frac{HA}{HD}\right)^2 - \frac{AC}{HN} = 1$.

Câu V (1,0 điểm). Cho các số thực không âm x, y, z thỏa mãn $4x^2 + y^2 + 4z^2 \leq 6y$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \frac{8}{(x+3)^2} + \frac{16}{(y+4)^2} + \frac{1}{(z+1)^2} + 2023$.

———— HẾT ————