

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: TOÁN (CHUYÊN)

(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề)

Đề thi này có 01 trang

Bài 1: (1,0 điểm) Cho biểu thức $A = \left(\frac{x - 2\sqrt{x} + 12}{x\sqrt{x} + 27} - \frac{1}{\sqrt{x} + 3} \right) : \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$ với $x \geq 0$.

Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 12 - 6\sqrt{3}$.

Bài 2: (1,5 điểm) Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là parabol (P) và hàm số $y = (3m - 4)x + 3m - 3$ có đồ thị là đường thẳng d (trong đó m là tham số).

a) Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1^{2023} + x_2^{2023} = -1$.

Bài 3: (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x^2 + y^2 = 12 \\ x^3 + 27x - y^3 - 3y = -64 \end{cases}$$

Bài 4: (1,5 điểm) Trường Trung học phổ thông H dự định tổ chức cho 315 học sinh về nguồn tại Di tích khu căn cứ Tỉnh ủy thuộc địa phận xã Mỹ Phước, huyện Mỹ Tú, tỉnh Sóc Trăng. Nếu dùng loại xe nhỏ chở một lượt hết số học sinh thì phải hợp đồng nhiều hơn khi dùng loại xe lớn là 2 chiếc, biết rằng loại xe nhỏ mỗi xe chở ít hơn loại xe lớn là 10 học sinh. Tính số xe nhỏ mà Trường Trung học phổ thông H cần hợp đồng (Biết rằng số học sinh được chở trên mỗi xe là như nhau).

Bài 5: (1,5 điểm)

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện $x^2 + 3y^2 - 2xy + 4x - 4y + 3 = 0$.

b) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng

$$\frac{(a+1)^3}{(a+b)(a+c)} + \frac{(b+1)^3}{(a+b)(b+c)} + \frac{(c+1)^3}{(a+c)(b+c)} \geq 6.$$

Bài 6: (3,0 điểm) Yêu cầu vẽ hình khi chứng minh.

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O . Các đường cao BE, CF cắt nhau tại H .

a) Chứng minh $AF \cdot AB = AE \cdot AC$.

b) Giả sử $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm. Tính diện tích tam giác ABC và diện tích tam giác AEF .

c) Gọi M là trung điểm BC , tia MH cắt đường tròn (O) tại T , đường tròn ngoại tiếp tam giác BMF cắt đường thẳng AM tại điểm thứ hai là Q . Chứng minh rằng 6 điểm A, T, F, H, Q, E cùng nằm trên đường tròn.

Bài 7: (0,5 điểm) Hai người cùng chơi trò chơi, khi bắt đầu chơi cả hai người chơi đều 0 điểm. Sau mỗi ván chơi người thắng được 2 điểm, người thua được 0 điểm; nếu hoà thì mỗi người chơi cùng được 1 điểm. Hỏi sau một số ván chơi có thể xảy ra trường hợp một người được 20 điểm và người kia được 23 điểm không? Giải thích?