

ĐỀ I

Câu 1. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức

$$A = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \quad \text{và} \quad B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} - \frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{3}{(\sqrt{x-1})(\sqrt{x+3})} \quad (\text{với } x > 0; x \neq 1)$$

1. Tính giá trị của A khi $x = 4$.
2. Rút gọn biểu thức $P = B.A$
3. Tìm các giá trị của x để P nhận giá trị nguyên.

Câu 2. (2,5 điểm)

1. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình hoặc phương trình

Tình cảm gia đình có sức mạnh phi thường. Bạn Vì Quyết Chiến - Cậu bé 13 tuổi quá thương nhớ em trai của mình đã vượt qua một quãng đường dài 180km từ Sơn La đến bệnh viện Nhi Trung ương Hà Nội để thăm em. Sau khi đi bằng xe đạp 7 giờ, bạn ấy được lên xe khách và đi tiếp 1 giờ 30 phút nữa thì đến nơi. Biết vận tốc của xe khách lớn hơn vận tốc của xe đạp là 35km/h. Tính vận tốc xe đạp của bạn Chiến.

2. Một hình trụ có bán kính đường tròn đáy là 6cm, chiều cao 9cm. Hãy tính diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ.

(Kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân; $\pi \approx 3,14$)

Câu 3. (2,0 điểm) Cho $x^2 - 2mx + m^2 - m - 1 = 0$ (*).

1. Giải phương trình (*) khi $m = 1$.
2. Tìm m để phương trình (*) có hai nghiệm x_1 và x_2 thỏa: $x_1(x_1 + 2) + x_2(x_2 + 2) = 10$

Câu 4. (3,0 điểm) Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R và AH là đường cao của ΔABC . Gọi M, N thứ tự là hình chiếu của H trên AB, AC. Chứng minh rằng:

1. Chứng minh $AMHN$ là tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh $AB.AM = AC.AN$.
3. Chứng minh M, O, N thẳng hàng nếu $AH = R\sqrt{2}$

Câu 5. (0,5 điểm) Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $a + b \leq 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{a(b+1)} + \sqrt{b(a+1)}$$