

Câu 1. (3,0 điểm) Thực hiện phép tính:

$$a, \frac{-2}{7} \cdot 3\frac{5}{8} - 2\frac{5}{8} \cdot \frac{-2}{7}$$

$$b, -3\left|\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right| + \sqrt{\frac{25}{36}}$$

$$c, \frac{4^5 \cdot 9^4 + 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 - 6^8 \cdot 20}$$

Câu 2. (3,0 điểm) Tìm x biết rằng:

$$a, \frac{3}{4} + \frac{1}{4} : x = -3$$

$$b, \frac{x-1}{2021} + \frac{x-2}{2020} = \frac{x-5}{2017} + \frac{x-7}{2015}$$

$$c, |x-1| = 2-x$$

Câu 3. (6,0 điểm)

a) Tìm $x, y \in \mathbb{N}$ biết $6x^2 + 5y^2 = 104$

b) Biết $a^2 + ab + \frac{b^2}{3} = 2023$; $c^2 + \frac{b^2}{3} = 2000$; $a^2 + ac + c^2 = 23$ và $a \neq 0$; $c \neq 0$; $a \neq -c$.

Chứng minh rằng $\frac{2c}{a} = \frac{b+c}{a+c}$.

c) Tìm số tự nhiên có 3 chữ số $\overline{xyz}$ biết $\frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{9} = \frac{z^2}{25}$ và $x - y + z = 4$

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = |2x-4| + |2x-6| + |2x-8|$

Câu 4. (2,0 điểm)

Ba hộp đựng trứng gà có tất cả 710 quả. Sau khi bán $\frac{1}{5}$ số trứng ở hộp thứ nhất, $\frac{1}{6}$ số trứng ở hộp thứ hai và $\frac{1}{11}$ số trứng ở hộp thứ ba thì số trứng còn lại ở ba hộp bằng nhau.

Hỏi lúc đầu mỗi hộp đựng bao nhiêu quả trứng?

Câu 5. (6,0 điểm): Cho tam giác nhọn ABC có các trung tuyến BD và CE cắt nhau tại G. Trên tia đối của tia DB lấy điểm M sao cho DB = DM. Trên tia đối của tia EC lấy điểm N sao cho EN = EC. Chứng minh rằng:

a) $\triangle ADM = \triangle CDB$ và 3 điểm M, A, N thẳng hàng;

b) $BM + CN > 3BC$;

c) Các đường thẳng AG, NB, MC đồng quy.