

Bài 1: (4,0 điểm). Tính:

$$1) A = \frac{4}{-5} \cdot \frac{8}{17} - \frac{4}{5} : \frac{17}{9} + 1\frac{4}{5}$$

$$2) B = \left(\frac{151515}{171717} + \frac{13^{10}}{13^{11}} \right) - \left(\frac{15000}{17000} - \frac{132}{143} \right)$$

$$3) C = \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{4} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{5} - 1 \right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{2022} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{2023} - 1 \right)$$

Bài 2: (4,5 điểm).

1) Tìm số nguyên x biết:

$$a) \left(\frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{9.10} \right) \cdot x^2 = \frac{8}{5}$$

$$b) 2023 + 2022 + 2021 + 2020 + \dots + x = 2023$$

(Trong đó vế trái là tổng các số nguyên liên tiếp viết theo thứ tự giảm dần).

$$2) \text{ Tìm số nguyên } x, y \text{ biết : } \frac{x}{6} - \frac{1}{y+3} = \frac{1}{12}$$

Bài 3: (5,0 điểm)

a) Chứng minh với $n \in \mathbb{Z}$ thì $A = \frac{12n+1}{30n+2}$ là phân số tối giản.

b) Tìm bộ 3 số nguyên tố khác nhau mà hiệu hai số nguyên tố liên tiếp bằng 2.

c) Vào tháng 9, giá bán một chiếc máy tính là 24 000 000 đồng. Đến tháng 10, cửa hàng tăng giá lên 20%. Đến tháng 11, cửa hàng hạ giá của tháng 10 xuống 20%. Hãy so sánh giá bán máy tính một chiếc máy tính trong tháng 9 và tháng 11 của cửa hàng.

Bài 4: (5,0 điểm)

Lấy điểm O trên đường thẳng xy. Trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 2\text{cm}$. Trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM = 1\text{cm}$; $OB = 4\text{cm}$.

1) Tính độ dài đoạn thẳng BM.

2) Chứng tỏ rằng M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

3) Cho điểm Q không thuộc đường thẳng xy và lấy thêm 2017 điểm phân biệt khác thuộc đường thẳng xy và không trùng với 4 điểm A, B, M, O. Hỏi có thể vẽ được bao nhiêu đoạn thẳng có 2 đầu mút là 2 điểm trong số các điểm đã cho?

$$\text{Bài 5: (1,5 điểm)} \quad \text{Cho } A = \frac{3}{2^2} + \frac{8}{3^2} + \frac{15}{4^2} + \dots + \frac{2023^2 - 1}{2023^2}.$$

Chứng minh rằng biểu thức A có giá trị không phải là một số tự nhiên.

ĐÁP ÁN BIỂU ĐIỂM CHẤM
(Đáp án và biểu điểm chấm gồm 07 trang)

Bài 1 (4,0 điểm) Tính hợp lý:

$$1) A = \frac{4}{-5} \cdot \frac{8}{17} - \frac{4}{5} : \frac{17}{9} + 1\frac{4}{5}$$

$$2) B = \left(\frac{151515}{171717} + \frac{13^{10}}{13^{11}} \right) - \left(\frac{15000}{17000} - \frac{132}{143} \right)$$

$$3) C = \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{4} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{5} - 1 \right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{2022} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{2023} - 1 \right)$$

Câu	Nội dung	Điểm
1/ 1,5đ	$A = \frac{4}{-5} \cdot \frac{8}{17} - \frac{4}{5} : \frac{17}{9} + 1\frac{4}{5}$ $A = \frac{-4}{5} \cdot \frac{8}{17} - \frac{4}{5} \cdot \frac{9}{17} + 1\frac{4}{5}$	0.25đ
	$A = \left(\frac{-4}{5} \cdot \frac{8}{17} + \frac{-4}{5} \cdot \frac{9}{17} \right) + 1\frac{4}{5}$	0.25đ
	$A = \frac{-4}{5} \cdot \left(\frac{8}{17} + \frac{9}{17} \right) + 1 + \frac{4}{5}$	0.25đ
	$A = \frac{-4}{5} \cdot 1 + 1 + \frac{4}{5}$	0.25đ
	$A = 1$	0.25đ
	Vậy $A = 1$	0.25đ
2/ 1,5đ	$B = \left(\frac{151515}{171717} + \frac{13^{10}}{13^{11}} \right) - \left(\frac{15000}{17000} - \frac{132}{143} \right)$ $B = \left(\frac{15.10101}{17.10101} + \frac{13^{10}}{13^{11}} \right) - \left(\frac{15}{17} - \frac{12.11}{13.11} \right)$	0,25đ
	$B = \frac{15}{17} + \frac{1}{13} - \frac{15}{17} + \frac{12}{13}$	0,5đ
	$B = \left(\frac{15}{17} - \frac{15}{17} \right) + \left(\frac{1}{13} + \frac{12}{13} \right)$	0,25đ
	$B = 0 + 1$	0,25đ
	$B = 1$ Vậy $B = 1$	0,25đ
3/ 1,0 đ	$C = \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{4} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{5} - 1 \right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{2022} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{2023} - 1 \right)$	
	$C = \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{2} \right) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{3} \right) \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{4}{4} \right) \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{5}{5} \right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{2022} - \frac{2022}{2022} \right) \cdot \left(\frac{1}{2023} - \frac{2023}{2023} \right)$	

$C = \frac{-1}{2} \cdot \frac{-2}{3} \cdot \frac{-3}{4} \cdot \frac{-4}{5} \dots \frac{-2021}{2022} \cdot \frac{-2022}{2023}$	0,25 đ
$C = \frac{(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \dots (-2022)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \dots 2022 \cdot 2023}$ (tử có 2022 thừa số âm)	0,25 đ
$C = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 2021 \cdot 2022}{2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 2022 \cdot 2023}$	0,25 đ
$C = \frac{1}{2023}$ Vậy $C = \frac{1}{2023}$	0,25 đ

Bài 2: (4,5 điểm)

1) Tìm số nguyên x biết:

a) $\left(\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{9 \cdot 10} \right) \cdot x^2 = \frac{8}{5}$

b) $2023 + 2022 + 2021 + 2020 + \dots + x = 2023$

(Trong đó vế trái là tổng các số nguyên liên tiếp viết theo thứ tự giảm dần).

2) Tìm số nguyên x, y biết: $\frac{x}{6} - \frac{1}{y+3} = \frac{1}{12}$

Câu	Nội dung	Điểm
1) a) (1,5đ)	$\left(\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{9 \cdot 10} \right) \cdot x^2 = \frac{8}{5}$ $\Rightarrow \left(\frac{3-2}{2 \cdot 3} + \frac{4-3}{3 \cdot 4} + \frac{5-4}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{10-9}{9 \cdot 10} \right) \cdot x^2 = \frac{8}{5}$	0,25đ
	$\Rightarrow \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \right) \cdot x^2 = \frac{8}{5}$	0,25đ
	$\Rightarrow \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{10} \right) \cdot x^2 = \frac{8}{5}$	0,25đ
	$\Rightarrow \frac{2}{5} x^2 = \frac{8}{5}$ $\Rightarrow x^2 = 4$	0,5đ
	$\Rightarrow x \in \{-2; 2\}$ (TM) Vậy $x \in \{-2; 2\}$	0,25đ
1) b) (1,5đ)	$2023 + 2022 + 2021 + 2020 + \dots + x = 2023$ $\Rightarrow 2022 + 2021 + 2020 + \dots + x = 0$ Nhận xét: Các số hạng ở vế trái lập thành dãy số cách đều 1 đơn vị Gọi vế trái có n số hạng ($n \in \mathbb{N}^*$)	0,25đ
	Khi đó: $\frac{(2022 + x) \cdot n}{2} = 0$	0,5
	$\Rightarrow (2022 + x) \cdot n = 0$ $\Rightarrow (2022 + x) \cdot n = 0$ mà $n \in \mathbb{N}^*$ $\Rightarrow 2022 + x = 0$	0,5đ
	$\Rightarrow x = -2022$ (thỏa mãn) Vậy $x = -2022$	0,25đ

2/ 1,5 đ	$\frac{x}{6} - \frac{1}{y+3} = \frac{1}{12} \quad (x, y \in \mathbb{Z})$	
	Điều kiện $y \neq -3$ $\frac{x}{6} - \frac{1}{12} = \frac{1}{y+3}$ $\frac{2x-1}{12} = \frac{1}{y+3}$ $(2x-1)(y+3) = 12$	0,5đ
	Vì $x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2x-1$ là một số nguyên lẻ và $y+3 \in \mathbb{Z}$ nên $2x-1$ là ước nguyên lẻ của 12 $\Rightarrow 2x-1 \in \{-3; -1; 1; 3\}$ * Với $2x-1 = -3$ và $y+3 = -4$ $\Rightarrow 2x = -3 + 1$ $\Rightarrow y = -3 - 4$ $\Rightarrow 2x = -2$ $\Rightarrow y = -7$ (TM) $\Rightarrow x = -2 : 2$ $\Rightarrow x = -1$ * Với $2x-1 = -1$ và $y+3 = -12$ $\Rightarrow 2x = -1 + 1$ $\Rightarrow y = -12 - 3$ $\Rightarrow 2x = 0$ $\Rightarrow y = -15$ (TM) $\Rightarrow x = 0$ * Với $2x-1 = 1$ và $y+3 = 12$ $\Rightarrow 2x = 1 + 1$ $\Rightarrow y = 12 - 3$ $\Rightarrow 2x = 2$ $\Rightarrow y = 9$ (TM) $\Rightarrow x = 2 : 2$ $\Rightarrow x = 1$ * Với $2x-1 = 3$ và $y+3 = 4$ $\Rightarrow 2x = 3 + 1$ $y = 4 - 3$ $\Rightarrow 2x = 4$ $y = 1$ (TM) $\Rightarrow x = 4 : 2$ $\Rightarrow x = 2$	0,75đ
	Hoặc có thể dùng bảng để giải tìm $x ; y$ KL:	0,25đ

Bài 3: (5,0 điểm)

- a) Chứng minh với $n \in \mathbb{Z}$ thì $A = \frac{12n+1}{30n+2}$ là phân số tối giản.
- b) Tìm bộ 3 số nguyên tố khác nhau mà hiệu hai số nguyên tố liên tiếp bằng 2.
- c) Vào tháng 9, giá bán một chiếc máy tính là 24 000 000 đồng. Đến tháng 10, cửa hàng tăng giá lên 20%. Đến tháng 11, cửa hàng hạ giá của tháng 10 xuống 20%. Hãy so sánh giá bán máy tính một chiếc máy tính trong tháng 9 và tháng 11 của cửa hàng.

Câu	Nội dung	Điểm
a/ 1,5đ	Với $n \in \mathbb{Z} \Rightarrow 12n+1 \in \mathbb{Z}$ và $30n+2 \in \mathbb{Z}; 30n+2 \neq 0$ $\Rightarrow A = \frac{12n+1}{30n+2}$ là phân số.	0,25đ

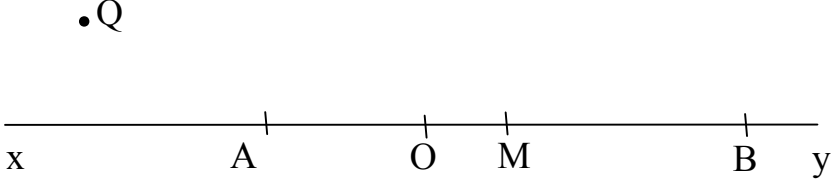
	Gọi ước chung của $12n + 1$ và $30n + 2$ là d ($d \in \mathbb{Z}, d \neq 0$) $\Rightarrow (12n + 1) : d$ và $(30n + 2) : d$ $\Rightarrow (60n + 5) : d$ và $(60n + 4) : d$ $\Rightarrow (60n + 5 - 60n - 4) : d$	0,75đ
	$\Rightarrow 1 : d$ mà $d \in \mathbb{Z}, d \neq 0$ $\Rightarrow d \in \{-1; 1\}$ KL: Với $n \in \mathbb{Z}$ thì $A = \frac{12n+1}{30n+2}$ là phân số tối giản.	0,5đ
	Gọi 3 số nguyên tố cần tìm là $p; p + 2; p + 4$	0,25đ
	Vì p là số nguyên tố nên ta có các trường hợp sau: * Với $p = 2 \Rightarrow p + 2 = 4$ là hợp số (trái với đề bài) $\Rightarrow p = 2$ (loại)	0,25đ
	* Với $p = 3 \Rightarrow p + 2 = 5$ là số nguyên tố $p + 4 = 7$ là số nguyên tố $\Rightarrow p = 3$ (chọn)	0,5đ
	* Với $p > 3$ mà p là số nguyên tố nên p không chia hết cho 3 $\Rightarrow p = 3k + 1$ hoặc $p = 3k + 2$ ($k \in \mathbb{N}^*$)	0,25đ
b/ 2,0đ	- Với $p = 3k + 1$ ($k \in \mathbb{N}^*$) $\Rightarrow p + 2 = 3k + 1 + 2 = 3(k + 1)$ với $k \in \mathbb{N}^*$ $\Rightarrow (p + 2) : 3$ mà $p + 2 > 3$ (vì $p > 3$) $\Rightarrow p + 2$ là hợp số (trái với đề bài) $\Rightarrow p = 3k + 1$ (loại)	0,25đ
	- Với $p = 3k + 2$ ($k \in \mathbb{N}^*$) $\Rightarrow p + 4 = 3k + 2 + 4 = 3(k + 2)$ với $k \in \mathbb{N}^*$ $\Rightarrow (p + 4) : 3$ mà $p + 4 > 3$ (vì $p > 3$) $\Rightarrow p + 4$ là hợp số (trái với đề bài) $\Rightarrow p = 3k + 2$ (loại)	0,25đ
	$\Rightarrow p = 3$ $\Rightarrow$ Ba số nguyên tố cần tìm là 3; 5; 7 Vậy ba số nguyên tố cần tìm là 3; 5; 7	0,25đ
	Giá bán chiếc máy tính vào tháng 10 là: $24\,000\,000 + 24\,000\,000 \cdot 20\% = 28\,800\,000$ (đồng)	0,5đ
c/ 1,5đ	Giá bán chiếc máy tính vào tháng 11 là: $28\,800\,000 - 28\,800\,000 \cdot 20\% = 23\,040\,000$ (đồng) Ta thấy $24\,000\,000 > 23\,040\,000$ Nên giá bán của chiếc máy tính đó vào tháng 9 đắt hơn tháng 11.	0,5đ

Bài 4: (5,0 điểm)

Lấy điểm O trên đường thẳng xy . Trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 2\text{cm}$.
 Trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM = 1\text{cm}$; $OB = 4\text{cm}$.

- 1) Tính độ dài đoạn thẳng BM .
- 2) Chứng tỏ rằng M là trung điểm của đoạn thẳng AB .

3) Cho điểm Q không thuộc đường thẳng xy và lấy thêm 2017 điểm phân biệt khác thuộc đường thẳng xy và không trùng với 4 điểm A, B, M, O. Hỏi có thể vẽ được bao nhiêu đoạn thẳng có 2 đầu mút là 2 điểm trong số các điểm đã cho?

Câu	Nội dung	Điểm
		0.5đ
1/ 1,0đ	Trên tia Oy có hai điểm M và B sao cho $OM = 1(\text{cm})$; $OB = 4(\text{cm})$ $\Rightarrow OM < OB$ (vì $0 < 1\text{cm} < 4\text{cm}$) $\Rightarrow$ Điểm M nằm giữa O và B $\Rightarrow OM + MB = OB$ Mà $OM = 1\text{cm}$; $OB = 4\text{cm}$ $\Rightarrow 1 + MB = 4$ $\Rightarrow MB = 4 - 1$ $\Rightarrow MB = 3(\text{cm})$	0.5đ 0.5đ
2/ 2,0đ	Vì điểm O nằm trên đường thẳng xy $\Rightarrow$ Tia Ox và Oy là hai tia đối nhau. Mà điểm A thuộc tia Ox, điểm M thuộc tia Oy $\Rightarrow$ Tia OA và tia OM là hai tia đối nhau $\Rightarrow$ Điểm O nằm giữa hai điểm A và M. $\Rightarrow OA + OM = AM$ Mà $OA = 2(\text{cm})$; $OM = 1(\text{cm})$ $\Rightarrow 2 + 1 = AM$ $\Rightarrow AM = 3(\text{cm})$ mà $MB = 3(\text{cm})$ $\Rightarrow MA = MB$	1,0đ
	Ta có điểm M nằm giữa hai điểm O và B $\Rightarrow$ Tia MO và tia MB đối nhau (1) Ta có điểm O nằm giữa hai điểm A và M $\Rightarrow$ Tia MO và tia MA là hai tia trùng nhau (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ Tia MA và tia MB là hai tia đối nhau $\Rightarrow$ Điểm M nằm giữa hai điểm A và B Mà $MA = MB$ $\Rightarrow$ Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB. KL	0.5đ 0,5đ
3/ 1,5đ	Có tất cả: $2017 + 1 + 4 = 2022$ điểm, khi đó qua một điểm bất kì và 2021 điểm còn lại, ta vẽ được 2021 đoạn thẳng. Làm tương tự với 2022 điểm ta được 2021. 2022 đoạn thẳng nhưng mỗi đoạn thẳng được tính hai lần nên số đoạn thẳng vẽ được sẽ là: $\frac{2021 \cdot 2022}{2} = 2021 \cdot 1011 = 2043231$ (đoạn thẳng).	1.25đ
	KL:	0,25

Bài 5: (1,5 điểm)) Cho $A = \frac{3}{2^2} + \frac{8}{3^2} + \frac{15}{4^2} + \dots + \frac{2023^2 - 1}{2023^2}$.

Chứng minh rằng biểu thức A có giá trị không phải là một số tự nhiên.

Câu	Nội dung	Điểm
3/ 1,5đ	$A = \frac{3}{2^2} + \frac{8}{3^2} + \frac{15}{4^2} + \dots + \frac{2023^2 - 1}{2023^2} \text{ (có 2022 số hạng)}$ $A = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) + \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) + \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) + \dots + \left(1 - \frac{1}{2023^2}\right) \text{ (có 2022 số hạng)}$ $A = 2022 - \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} - \dots - \frac{1}{2023^2}.$ $\Rightarrow A = 2022 - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2023^2}\right). \text{ Mà } \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2023^2}\right) > 0$ $\Rightarrow A < 2022 \text{ (1)}$	0,5đ
	Ta có $\frac{1}{2^2} < \frac{1}{1.2}$ (vì $1 > 0; 2^2 > 1.2$) $\frac{1}{3^2} < \frac{1}{2.3}$ (vì $1 > 0; 3^2 > 2.3$) $\frac{1}{4^2} < \frac{1}{3.4}$ (vì $1 > 0; 4^2 > 3.4$) $\frac{1}{2023^2} < \frac{1}{2022.2023}$ (vì $1 > 0; 2023^2 > 2022.2023$) $\Rightarrow \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2023^2} < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{2022.2023}$	0,5đ
	Đặt $B = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{2022.2023}$ $\Rightarrow B = \frac{2-1}{1.2} + \frac{3-2}{2.3} + \frac{4-3}{3.4} + \dots + \frac{2023-2022}{2022.2023}$ $\Rightarrow B = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022} - \frac{1}{2023}$ $\Rightarrow B = 1 - \frac{1}{2023} \text{ mà } \frac{1}{2023} > 0$ $\Rightarrow B < 1 \text{ nên } \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2023^2} < 1$	0,25đ
	Khi đó $A > 2022 - 1$ $\Rightarrow A > 2021 \text{ (2)}$	
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow 2021 < A < 2022$ Vậy A không phải là số tự nhiên	0,25đ