



ARCHIMEDES

HỆ THỐNG GIÁO DỤC ARCHIMEDES SCHOOL

ĐỀ CHỌN ĐỘI TUYỂN KHỐI 7

Môn Toán | Thời gian 135 phút

Bài 1 (2.0 điểm). Cho các số thực a, b, c thỏa mãn điều kiện $3|a+b-2c|=4|b+c-2a|=5|c+a-2b|$.
Chứng minh rằng $a=b=c$.

Bài 2 (2.0 điểm). Tìm tất cả các số tự nhiên x, y, z thỏa mãn

$$(4^{xyz+1} - 3^x - 2^y - x^2 - x + 5)(yz - 2y + 3z) = 119.$$

Bài 3 (2.0 điểm). Có 64 học sinh đứng trên một lưới ô vuông kích thước 8×8 , mỗi ô vuông có đúng một học sinh đứng trên đó và toàn bộ 64 học sinh đều có chiều cao khác nhau. Biết rằng An là người cao nhất trong những người thấp nhất ở mỗi hàng và Bình là người thấp nhất trong những người cao nhất ở mỗi cột, hãy so sánh chiều cao của An và Bình.



Bài 4 (2.0 điểm). Tồn tại ba số nguyên dương a, b, c thỏa mãn $\frac{ab+4a}{c^3}$ và $\frac{a^3b+5a^3}{c}$ đều là số chính phương?

Bài 5 (2.0 điểm). Cho số $a = 0.0149162536\dots$ (phần thập phân của số a bao gồm tất cả các số chính phương được viết liên tiếp nhau theo thứ tự tăng dần). Chứng minh rằng a là số vô tỉ.

Bài 6 (2.0 điểm). Với mỗi số nguyên dương n , ký hiệu $v(n)$ là số nguyên tố lớn nhất không vượt quá n và $\ell(n)$ là số nguyên tố nhỏ nhất lớn hơn n . Tính giá trị của biểu thức

$$S = \frac{1}{v(2) \cdot \ell(2)} + \frac{1}{v(3) \cdot \ell(3)} + \dots + \frac{1}{v(396) \cdot \ell(396)}.$$

Bài 7 (6.0 điểm). Cho góc từ xOy . Vẽ các tia Oz và Ot nằm trong góc xOy sao cho tia Oz vuông góc với tia Ox và tia Ot vuông góc với tia Oy . Vẽ tia Om khác phía với tia Ot đối với đường thẳng chứa tia Ox sao cho $\angle mOx = \angle zOt$.

- a) Chứng minh rằng hai tia Om và Oy là hai tia đối nhau.
- b) Chứng minh rằng hai góc xOy và zOt có chung tia phân giác.
- c) Gọi Ou và Ov lần lượt là tia đối của tia phân giác các góc xOt và yOz . Vẽ tia Ok nằm trong góc uOv sao cho $\angle kOu = \frac{1}{7}\angle kOy$. Tính số đo góc α , với $\alpha = \angle kOv - \frac{1}{6}\angle mOv$.

Bài 8 (2.0 điểm). Thầy Cần muốn viết các số 1, 2, ..., 8 vào các đỉnh của một khối lập phương, mỗi đỉnh một số sau cho tổng hai số được viết trên hai đầu mút của mỗi cạnh là đôi một khác nhau. Hỏi, thầy Cần có thể viết số được như mong muốn hay không?

