

Câu 1. (2 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

b) Thực hiện phép tính:
$$\left(\sqrt{8+2\sqrt{15}} - \sqrt{7-2\sqrt{10}}\right)(\sqrt{3}-\sqrt{2}).$$

Câu 2. (2 điểm) Cho Parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$.

a) Lập bảng giá trị và vẽ Parabol (P).

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) với đường thẳng $\Delta: y = 3x - 4$ bằng phép tính.**Câu 3. (1.5 điểm)** Cho phương trình $x^2 - (m+3)x + 2m + 2 = 0$ với m là tham số. Tìm giá trị của tham số m để:a) Phương trình có nghiệm $x = 3$.b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 13$.

Câu 4. (1.5 điểm) Một người nông dân trồng hoa trên một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 15m. Cuối mỗi vụ thu hoạch, bình quân người đó bán được 20.000 đồng tiền hoa trên mỗi mét vuông đất. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn đó. Biết tổng số tiền bán hoa cuối vụ từ mảnh vườn người đó thu được là 252 triệu đồng.

Câu 5. (3 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn. Các đường cao AK, BE và CF cắt nhau tại H. Gọi I là trung điểm của đoạn AH, N là trung điểm của đoạn BC.

a) Chứng minh bốn điểm A, E, H, F nằm trên cùng một đường tròn.

b) Chứng minh NE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AH.

c) Chứng minh $CI^2 - IE^2 = CK \cdot CB$.

-----HẾT-----

Câu 1 (2 điểm).

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

b) Thực hiện phép tính
$$\left(\sqrt{8 + 2\sqrt{15}} - \sqrt{7 - 2\sqrt{10}} \right) (\sqrt{3} - \sqrt{2}).$$

Câu 2 (2 điểm) Cho Parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$.

a) Lập bảng giá trị và vẽ Parabol (P).

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và đường thẳng $\Delta: y = 3x - 4$ bằng phép tính.

Câu 3 (1,5 điểm). Cho phương trình $x^2 - (m + 3)x + 2m + 2 = 0$ với m là tham số. Tìm giá trị của tham số m để:

a) Phương trình có nghiệm $x = 3$.

b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 13$.

Câu 4 (1,5 điểm). Một người nông dân trồng hoa trên một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 15m. Cuối mỗi vụ thu hoạch, bình quân người đó bán được 20.000 đồng tiền hoa trên mỗi mét vuông đất. Tính chiều dài và chiều rộng mảnh vườn đó. Biết tổng số tiền bán hoa cuối vụ từ mảnh vườn, người đó thu được là 252 triệu đồng.

Câu 5 (3 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn. Các đường cao AK, BE và CF cắt nhau tại H. Gọi I là trung điểm của đoạn AH, N là trung điểm của đoạn BC.

a) Chứng minh bốn điểm A, E, H, F nằm trên cùng một đường tròn.

b) Chứng minh NE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AH.

c) Chứng minh $CI^2 - IE^2 = CK.CB$.

.....Hết.....

ĐÁP ÁN:

Câu 1 (2 điểm).

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 6 \\ x - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x - 2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$

Vậy hệ có nghiệm là $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$

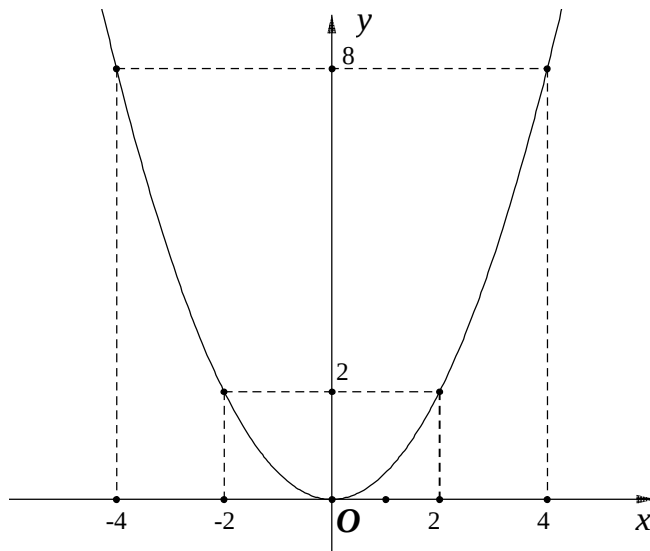
b) Thực hiện phép tính

$$\begin{aligned} & \left(\sqrt{8 + 2\sqrt{15}} - \sqrt{7 - 2\sqrt{10}} \right) (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = \left[\sqrt{(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2} - \sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2} \right] (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\ & = \left[(|\sqrt{5} + \sqrt{3}| - |\sqrt{5} - \sqrt{2}|) \right] (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = (\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{2}) (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\ & = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 = 3 - 2 = 1 \end{aligned}$$

Câu 2 (2 điểm) Cho Parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$.

a) Lập bảng giá trị và vẽ Parabol (P).

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8



b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và đường thẳng $\Delta: y = 3x - 4$ bằng phép tính.
Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường là:

$$\frac{1}{2}x^2 = 3x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \text{ có } \Delta = 36 - 32 = 4 > 0 \text{ nên có hai nghiệm}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{6 + \sqrt{4}}{2} = 4 \Rightarrow y_1 = 8 \\ x_2 = \frac{6 - \sqrt{4}}{2} = 2 \Rightarrow y_2 = 2 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và đường thẳng $\Delta: y = 3x - 4$ là $(4; 8), (2; 2)$.

Câu 3 (1,5 điểm).

a) Phương trình $x^2 - (m+3)x + 2m+2 = 0$ có nghiệm $x = 3$.

Thay $x = 3$ vào phương trình, ta có

$$3^2 - (m+3) \cdot 3 + 2m + 2 = 0 \Leftrightarrow 9 - 3m - 9 + 2m + 2 = 0 \Leftrightarrow -m = -2 \Leftrightarrow m = 2.$$

Vậy $m = 2$ thì phương trình có nghiệm $x = 3$.

b) $x^2 - (m+3)x + 2m+2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 13$.

$\Delta = m^2 + 6m + 9 - 8m - 8 = m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2$. Để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi $\Delta > 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 1$ (*).

Theo Viét và theo đề, ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 3 \\ x_1 x_2 = 2m + 2 \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 13 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 13 \Rightarrow (m+3)^2 - 2(2m+2) = 13 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 = 0.$$

Phương trình có $\Delta = 4 + 32 = 36 > 0$ nên có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l} m_1 = \frac{-2 + \sqrt{36}}{2} = 2 \\ m_2 = \frac{-2 - \sqrt{36}}{2} = -4 \end{array} \right.$ thỏa (*).

Vậy $m = 2$ hoặc $m = -4$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 4 (1,5 điểm).

Gọi $x(m)$ là chiều dài mảnh vườn ($x > 15$), chiều rộng mảnh vườn là $x - 15$.

Diện tích mảnh vườn là $\frac{252.000.000}{20.000} = 12600 \text{ (m}^2\text{)}.$

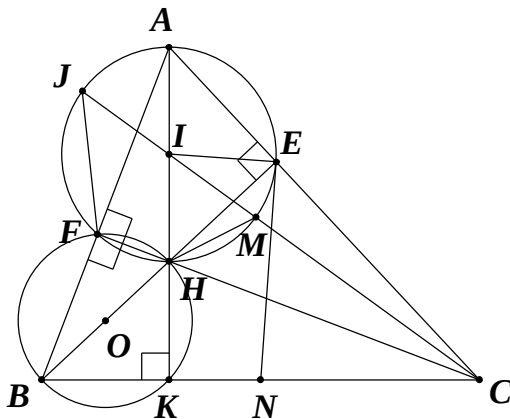
Ta có phương trình $x(x-15)=12600 \Leftrightarrow x^2-15x-12600=0$.

Phương trình có $\Delta = 225 + 50400 = 50625 > 0$ nên có hai nghiệm

$$x_1 = \frac{15 + \sqrt{50625}}{2} = 120, \quad x_2 = \frac{15 - \sqrt{50625}}{2} = -105 (\text{loại}).$$

Vậy chiều dài mảnh vườn là $120(m)$ và chiều rộng mảnh vườn là $105(m)$.

Câu 5 (3 điểm)



a) Chứng minh bốn điểm A, E, H, F nằm trên cùng một đường tròn:

BE và CF là hai đường cao cắt nhau tại H nên E và F cùng nhìn AH dưới một góc vuông $\Rightarrow$ bốn điểm A, E, H, F nằm trên cùng một đường tròn.

b) Chứng minh NE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AH:

BE là đường cao ΔABC và I, N lần lượt là trung điểm của đoạn AH, đoạn BC nên:

$$\Delta AEH \text{ vuông tại E, có EI là trung tuyến} \Rightarrow IE = IA = \frac{1}{2}AH \Rightarrow \widehat{IAE} = \widehat{IEA} \quad (1)$$

$$\Delta BEC \text{ vuông tại E, EN là trung tuyến} \Rightarrow NE = NC = \frac{1}{2}BC \Rightarrow \widehat{NEC} = \widehat{NCE} \quad (2)$$

$$AK \text{ là đường cao} \Rightarrow \Delta AKC \text{ vuông tại K} \Rightarrow \widehat{IAE} + \widehat{NCE} = 90^\circ \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3)} \Rightarrow \widehat{IEA} + \widehat{NEC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{IEN} = 90^\circ \Rightarrow IE \perp EN$$

$\Rightarrow$ NE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AH.

c) Chứng minh $CI^2 - IE^2 = CK.CB$:

Đường thẳng CI cắt đường tròn tại hai điểm J, M sao cho I nằm giữa JM.

Ta có $IE = IM = IJ$.

$$\Rightarrow CI^2 - IE^2 = (CI - IE)(CI + IE) = (CI - IM)(CI + IM) = CM.CJ \quad (a)$$

ΔCHM đồng dạng ΔCJF vì có góc C chung và $\widehat{MHC} = \widehat{MJF}$ vì cùng bù với $\widehat{MHF}$

$$\Rightarrow \frac{CH}{CJ} = \frac{CM}{CF} \Rightarrow CH.CF = CM.CJ \quad (b)$$

ΔCKH đồng dạng với ΔCFB (hai Δ vuông có góc nhọn C chung)

$$\Rightarrow \frac{CK}{CF} = \frac{CH}{CB} \Rightarrow CH.CF = CK.CB \quad (c)$$

$$\text{Từ (a), (b), (c)} \Rightarrow CI^2 - IE^2 = CK.CB.$$

Trường THPT Tân Bình – Bình Dương.

Giáo viên: **Lê Hành Pháp.**