SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH NINH BÌNH

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐỀ TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
Năm học: 2021-2022
Bài thi môn: TOÁN - Ngày thi: 09/06/2021
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)
Đề thi gồm 05 câu trong 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm).

1. Hàm số $y=2x-3$ là hàm số đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$? Vì sao?

2. Rút gọn biểu thức $A=\sqrt{18}-2\sqrt{50}+3\sqrt{8}$.

3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-y=1 \\ 2x+y=5 \end{cases}$.

Câu 2 (2,5 điểm).

Cho phương trình $x^2-mx+m-1=0$ (1) với m là tham số.

a) Giải phương trình (1) với $m=3$.

b) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi m.

c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị của m để biểu thức $P=x_1^2+x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3 (1,0 điểm). *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.*

Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 24 km. Khi đi từ B trở về A, người đó tăng vận tốc thêm 4 km/h, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B.

Câu 4 (3,5 điểm).

1. Cho đường tròn tâm O và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Từ A vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm).

a) Chứng minh tứ giác ABOC là tứ giác nội tiếp.

b) Vẽ cát tuyến ADE không đi qua tâm O của đường tròn (D nằm giữa A và E). Gọi M là trung điểm của DE. Chứng minh MA là tia phân giác của góc BMC.

2. Một dụng cụ đựng chất lỏng có dạng hình trụ với chiều cao bằng 3dm và bán kính đáy bằng 2dm. Dụng cụ này đựng được bao nhiêu lít chất lỏng? (Bỏ qua độ dày của thành và đáy dụng cụ: lấy $\pi \approx 3{,}14$).

Câu 5 (1,0 điểm).

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn phương trình $x^2+2y^2+2xy=1$.

2. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn điều kiện $a+b^2=2ab^2$.

Chứng minh rằng $\dfrac{1}{a^4+b^4+2ab^4}+\dfrac{1}{a^2+b^8+2a^2b^2}\le\dfrac{1}{2}$.

--- HẾT ---

Họ và tên thí sinh: .... *Số báo danh: ....*
Giám thị 1 (họ và tên, chữ ký): ....
Giám thị 2 (họ và tên, chữ ký): ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH NINH BÌNH

ĐÁP ÁN
ĐỀ TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
Năm học: 2021-2022
Bài thi môn: TOÁN - Ngày thi: 09/06/2021
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1 (2,0 điểm).

1. Hàm số $y = 2x - 3$ là hàm số đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$? Vì sao?

2. Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{18} - 2\sqrt{50} + 3\sqrt{8}$.

3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$.

Lời giải

1. Hàm số $y = 2x - 3$ có dạng $y = ax + b$ với $a = 2, b = -3$.

Do $a = 2 > 0$ nên là hàm số đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

2. $A = \sqrt{18} - 2\sqrt{50} + 3\sqrt{8} = \sqrt{3^2.2} - 2\sqrt{5^2.2} + 3\sqrt{2^2.2} = 3\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = -\sqrt{2}$.

3. $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x; y) = (2; 1)$.

Câu 2 (2,5 điểm).

Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (1) với m là tham số.

a) Giải phương trình (1) với $m = 3$.

b) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi m.

c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị của m để biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

a) Giải phương trình (1) với $m = 3$.

Với $m = 3$ phương trình (1) thành $x^2 - 3x + 3 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$

$x^2 - 3x + 2 = 0$ (có $a = 1,\ b = -3,\ c = 2$)

Ta có $a + b + c = 1 + (-3) + 2 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm $x_1 = 1, x_2 = 2$

b) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi m.

$x^2 - mx + m - 1 = 0$ (có $a = 1,\ b = -m,\ c = m - 1$)

$\Delta = b^2 - 4ac = (-m)^2 - 4.1.(m-1) = m^2 - 4m + 4 = (m-2)^2 \geq 0\ \forall m$

Vậy phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi m.

c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1) theo định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$

$P = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = m^2 - 2(m-1) = m^2 - 2m + 1 + 1 = (m-1)^2 + 1 \geq 1\ \forall m$.

Dấu "=" xảy ra khi $m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Vậy với $m = 1$ thì P đạt giá trị nhỏ nhất là 1.

Câu 3 (1,0 điểm). *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.*

Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 24 km. Khi đi từ B trở về A, người đó tăng vận tốc thêm 4 km/h, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B.

Lời giải

Gọi vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B là x (km/h, $x > 0$), thì khi đi từ B trở về A vận tốc người đó là $x+4$ (km/h).

Thời gian người đi xe đạp đi từ A đến B là $\frac{24}{x}$ (giờ), thời gian người đi xe đạp đi từ B trở về A là $\frac{24}{x+4}$ (giờ).

Do thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút $= \frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình $\frac{24}{x} - \frac{24}{x+4} = \frac{1}{2}$

$$\frac{24}{x} - \frac{24}{x+4} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 + 4x - 192 = 0 \Leftrightarrow (x-12)(x+16) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 12 \\ x = -16 \end{array}\right.$$

$x = 12$ thỏa mãn điều kiện, nhận

$x = -16$ không thỏa mãn điều kiện, loại.

Vậy vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B là 12 km/h.

Câu 4 (3,5 điểm).

1. Cho đường tròn tâm O và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Từ A vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm).

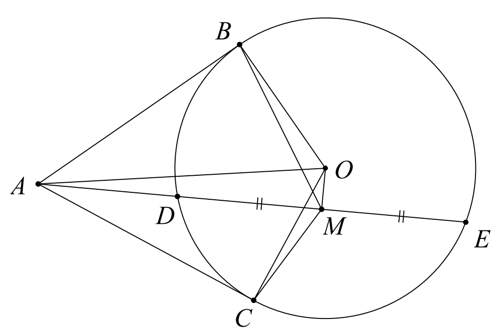
a) Chứng minh tứ giác ABOC là tứ giác nội tiếp.

b) Vẽ cát tuyến ADE không đi qua tâm O của đường tròn (D nằm giữa A và E). Gọi M là trung điểm của DE. Chứng minh MA là tia phân giác của góc BMC.

2. Một dụng cụ đựng chất lỏng có dạng hình trụ với chiều cao bằng 3dm và bán kính đáy bằng 2dm. Dụng cụ này đựng được bao nhiêu lít chất lỏng? (Bỏ qua độ dày của thành và đáy dụng cụ: lấy $\pi \approx 3{,}14$).

Lời giải

1.



a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp.

Do AB, AC là các tiếp tuyến với đường tròn (O) (giả thiết) nên $\widehat{ABO} = 90^\circ, \widehat{ACO} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Suy ra $ABOC$ là tứ giác nội tiếp (vì là tứ giác có tổng các góc đối bằng 180°).

b) Chứng minh MA là tia phân giác của góc BMC.

Có $\widehat{ABO}=90^\circ$, $\widehat{ACO}=90^\circ$ (chứng minh trên) $\Rightarrow B, C$ thuộc đường tròn đường kính AO (1)

Có M là trung điểm của DE (giả thiết) $\Rightarrow OM \perp AE$ (đường kính đi qua trung điểm của dây cung không đi qua tâm thì vuông góc với dây cung đó) $\Rightarrow \widehat{AMO}=90^\circ \Rightarrow M$ thuộc đường tròn đường kính AO (2)

Từ (1) và $(2) \Rightarrow ABOMC$ nội tiếp đường tròn đường kính AO.

Suy ra $\widehat{AMC}=\widehat{AOC}$, $\widehat{AMB}=\widehat{AOB}$ (các góc nội tiếp cùng chắn một cung)

Mà $\widehat{AOC}=\widehat{AOB}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow \widehat{AMB}=\widehat{AMC}$

$\Rightarrow MA$ là tia phân giác của góc BMC.

Câu 5 (1,0 điểm).

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn phương trình $x^2+2y^2+2xy=1$.

2. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn điều kiện $a+b^2=2ab^2$.

Chứng minh rằng $\dfrac{1}{a^4+b^4+2ab^4}+\dfrac{1}{a^2+b^8+2a^2b^2}\le\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

1. Ta có $x^2+2y^2+2xy=1 \Leftrightarrow (x+y)^2+y^2=1$

Do $x;y$ nguyên nên $(x+y)^2, y^2$ nhận giá trị nguyên và $(x+y)^2\ge 0, y^2\ge 0$ nên xảy ra

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}(x+y)^2=0\\ y^2=1\end{cases}\\ \begin{cases}(x+y)^2=1\\ y^2=0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x+y=0\\ y=\pm 1\end{cases}\\ \begin{cases}x+y=\pm 1\\ y=0\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases}x=-1\\ y=1\end{cases} \text{hoặc} \begin{cases}x=1\\ y=-1\end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases}x=1\\ y=0\end{cases} \text{hoặc } \begin{cases}x=-1\\ y=0\end{cases}$$

Vậy $(x;y)\in\{(-1;1),(1;-1),(1;0),(-1;0)\}$

2.

Đặt $a=x, b^2=y$ với $x;y>0$ thì $x+y=2xy$ khi đó ta cần chứng minh

$$\frac{1}{x^4+y^2+2xy^2}+\frac{1}{x^2+y^4+2x^2y}\le\frac{1}{2}.$$

Ta có $x^4+y^2\ge 2xy^2, x^2+y^4\ge 2x^2y$ (bất đẳng thức Co-si)

$$\Rightarrow \frac{1}{x^4+y^2+2xy^2}\le\frac{1}{2xy^2+2x^2y}=\frac{1}{2xy(x+y)}$$

$$\frac{1}{x^2+y^4+2x^2y}\le\frac{1}{2xy^2+2x^2y}=\frac{1}{2xy(x+y)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^4+y^2+2xy^2}+\frac{1}{x^2+y^4+2x^2y}\le\frac{1}{2xy(x+y)}+\frac{1}{2xy(x+y)}=\frac{1}{xy(x+y)}$$

Ta sẽ chứng minh $\dfrac{1}{xy(x+y)}\le\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow xy(x+y)\ge 2\Leftrightarrow\dfrac{x+y}{2}(x+y)\ge 2$ (do $x+y=2xy$)

$\Leftrightarrow (x+y)^2\ge 4\Leftrightarrow x+y\ge 2$

Thật vậy $x+y=2xy\le\left(\dfrac{x+y}{2}\right)^2\Leftrightarrow (x+y)^2\ge 4(x+y)\Leftrightarrow x+y\ge 4$ (do $x+y>0$)

Vậy ta có điều phải chứng minh.

--- HẾT ---