

**Lưu ý: - HS không dùng bút xóa trong bài làm**

**- HS không vẽ hình bằng bút chì, trừ đường tròn.**

**Bài 1(2,0 điểm):**

1) Cho biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}$  với  $x \geq 0$ . Tính giá trị của A khi  $x = 25$

2) Cho biểu thức  $B = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 1} - \frac{3}{1 - \sqrt{x}} + \frac{4}{x - 1}$  với  $x \geq 0; x \neq 1$ . Rút gọn B.

3) Tìm các số hữu tỉ x để P = A . B có giá trị nguyên.

**Bài 2(2,5 điểm)** Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

1) Cho một số có hai chữ số. Biết rằng tổng của các chữ số hàng chục và hai lần chữ số hàng đơn vị là 12. Nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau thì sẽ được một số mới lớn hơn số ban đầu 27 đơn vị. Tìm số ban đầu.

2) Một bình nước có dạng hình nón, người ta đo được chiều dài đường sinh của nó là 13dm, đường kính đáy là 10dm. Hỏi bình đựng nước này đựng đầy được bao nhiêu lít nước ? ( Bỏ qua bề dày của bình nước, lấy  $\pi \approx 3,14$ )

**Bài 3(2,0 điểm)**

1) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{1}{2x+y} + \sqrt{y} = 2 \\ \frac{3}{2x+y} + 2\sqrt{y} = 5 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d):  $y = 2x - m + 1$  và parabol (P):  $y = x^2$ . Tìm tất cả giá trị của m để: (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $x_1^3 + x_2^3 + x_1^2 x_2^2 = 15$

**Bài 4 (3 điểm):** Cho nửa đường tròn (O; R), đường kính AB. Tiếp tuyến Ax tại A (Ax thuộc nửa mặt phẳng chứa nửa đường tròn), lấy điểm C thuộc tia Ax. Từ C kẻ tiếp tuyến CD với nửa đường tròn (O) tại D. AD giao OC tại E.

1) Chứng minh: Tứ giác ACDO nội tiếp.

2) Chứng minh:  $AD^2 = 4CE \cdot EO$

3) Tiếp tuyến tại B với nửa đường tròn cắt AD tại K và cắt CD tại Q, AQ giao BC tại F, DF giao AB tại H. Chứng minh:  $DF \parallel AC$  và F là trung điểm DH.

**Bài 5 (0,5 điểm):** Cho  $x, y > 0$  và  $2x + y \geq 7$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = x^2 - x + 3y + \frac{9}{x} + \frac{1}{y} + 9$$

| Bài       | Câu      | Nội dung                                                                                                                                                                                                                                                     | Điểm |
|-----------|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 1<br>2,0đ | 1<br>0,5 | Thay đúng $x = 25$ (tmđk) vào A                                                                                                                                                                                                                              | 0,25 |
|           |          | Tính đúng $A = \frac{2}{3}$                                                                                                                                                                                                                                  | 0,25 |
|           | 2<br>1,0 | $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1} - \frac{3}{1-\sqrt{x}} + \frac{4}{x-1} = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1} + \frac{3}{\sqrt{x}-1} + \frac{4}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$                                                                                       | 0,25 |
|           |          | $= \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1) + 3(\sqrt{x}+1) + 4}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$                                                                                                                                                                            | 0,25 |
|           |          | $= \frac{x+2\sqrt{x}-3+3\sqrt{x}+3+4}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{x+5\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$                                                                                                                                            | 0,25 |
|           |          | $= \frac{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} \quad \text{với } x > 0, x \neq 9.$                                                                                                                             | 0,25 |
|           | 3<br>0,5 | ĐK: $x \neq 1; x \geq 0$<br>$P = A.B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} \cdot \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+1} = 1 + \frac{3}{\sqrt{x}+1}$                                                                                         | 0,25 |
|           |          | Lập luận ra $1 < P \leq 4$ , mà $P \in \mathbb{Z} \Rightarrow P \in \{2; 3; 4\}$<br>Tìm được $x \in \left\{\frac{1}{4}; 4; 0\right\}$ (tmđk)                                                                                                                 | 0,25 |
| 2<br>2,0đ | 1<br>1,5 | Gọi chữ số hàng chục là x, chữ số hàng đơn vị là y<br>$0 < x; y \leq 9; \overline{xy}, x, y \in \mathbb{N}^*$<br>Số ban đầu là $\overline{xy} = 10x + y$<br>Vì tổng các chữ số hàng chục và hai lần chữ số hàng đơn vị là 12 nên ta có pt: $x + 2y = 12$ (1) | 0,25 |
|           |          | Đổi chỗ hai chữ số cho nhau thì sẽ được một số mới là $\overline{yx} = 10y + x$                                                                                                                                                                              | 0,25 |
|           |          | Vì khi đổi chỗ hai chữ số cho nhau thì sẽ được một số mới lớn hơn số ban đầu 27 đơn vị nên ta có pt:<br>$(10y + x) - (10x + y) = 27 \Leftrightarrow y - x = 3$ (2)                                                                                           |      |
|           |          | Từ (1) và (2) ta có hệ pt $\begin{cases} x + 2y = 12 \\ y - x = 3 \end{cases}$                                                                                                                                                                               |      |
|           | 2<br>1,0 | Giải hệ pt: $\begin{cases} x + 2y = 12 \\ y - x = 3 \end{cases}$ ra kết quả: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$                                                                                                                                      | 0,25 |
|           |          | Đổi chiếu điều kiện và kết luận $\overline{xy} = 25$                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |
|           | 2<br>1,0 | $d = 10dm \Rightarrow R = 5dm; l = 13dm$<br>$\Rightarrow h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ (dm)}$                                                                                                                                         | 0,5  |

|          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |
|----------|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|          |          | <p>Thể tích của hình nón là:</p> $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 12 = 100\pi \approx 314(dm^3)$ <p>Vậy bình đựng nước này đựng được 314(lít)</p>                                                                                    | 0,5  |
| 3<br>2,0 | 1<br>1,0 | 1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{2x+y} + \sqrt{y} = 2 \\ \frac{3}{2x+y} + 2\sqrt{y} = 5 \end{cases}$                                                                                                                                                        |      |
|          |          | <p>ĐK: <math>x \neq \frac{-y}{2}; y \geq 0</math></p> <p>Đặt <math>\frac{1}{2x+y} = a; \sqrt{y} = b (a \neq 0; b \geq 0)</math></p>                                                                                                                                         | 0,25 |
|          |          | Ta có hệ pt $\begin{cases} a + b = 2 \\ 3a + 2b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 3b = 6 \\ 3a + 2b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = 1 \end{cases} \text{ (tmdk)}$                                                               | 0,25 |
|          |          | Trả biến $\Rightarrow x = 0; y = 1$ . (TMDK)                                                                                                                                                                                                                                | 0,25 |
|          |          | Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y) = (0; 1)$                                                                                                                                                                                                                              | 0,25 |
|          | 2<br>1,0 | a) Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 2x + m - 1 = 0 (*)$<br>Ta có: $\Delta' = 1 - (m - 1) = 1 - m + 1 = 2 - m$                                                                                                                                                        | 0,25 |
|          |          | ĐK để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ là pt (*) có hai nghiệm pb $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 2$                                                                                                    | 0,25 |
|          |          | b) Áp dụng hệ thức Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(1) \\ x_1 \cdot x_2 = m - 1(2) \end{cases}$                                                                                                                                                                     |      |
|          |          | <p>Theo đề bài: <math>x_1^3 + x_2^3 + x_1^2 x_2^2 = 15</math></p> $x_1^3 + x_2^3 + x_1^2 x_2^2 = 15$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)[(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2)] + x_1^2 x_2^2 = 15$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2] + x_1^2 x_2^2 = 15(3)$              | 0,25 |
|          |          | <p>Thay (1), (2) vào (3) ta được:</p> $2[2^2 - 3(m - 1)] + (m - 1)^2 = 15 \Leftrightarrow m^2 - 8m = 0$ $\Leftrightarrow m(m - 8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 8 \end{cases}$ <p>Kết hợp với ĐK: <math>m &lt; 2</math> suy ra <math>m = 0</math> (TM)</p> | 0,25 |
| 4<br>3,0 | 0,25     |                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |
|          | 1<br>1,0 | <b>Chứng minh: Tứ giác ACDO nội tiếp.</b>                                                                                                                                                                                                                                   |      |
|          |          | Chỉ ra: $\widehat{CAO} = 90^\circ; \widehat{CDO} = 90^\circ$                                                                                                                                                                                                                | 0,25 |
|          |          | Xét tứ giác ACDO có: $\widehat{CAO} + \widehat{CDO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$<br>Mà 2 góc đối nhau                                                                                                                                                                 | 0,25 |
|          |          | $\Rightarrow$ Tứ giác ACDO nội tiếp. (không giải thích góc đối – 0,25đ)                                                                                                                                                                                                     | 0,25 |
|          | 2        | <b>Chứng minh: <math>AD^2 = 4CE \cdot EO</math></b>                                                                                                                                                                                                                         |      |

|          |          |                                                                                                                                                                                                                        |              |
|----------|----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
|          | 0,75     | C/m OC $\perp$ AC tại E và E là trung điểm AD                                                                                                                                                                          | 0,25         |
|          |          | $\Delta ACO$ vuông tại A, đường cao AE $\Rightarrow AE^2 = CE.EO$                                                                                                                                                      | 0,25         |
|          |          | Kết hợp với AE = $\frac{1}{2}$ AD $\Rightarrow AD^2 = 4CE.EO$                                                                                                                                                          | 0,25         |
|          | 3<br>1,0 | <b>Tiếp tuyến tại B với nửa đường tròn cắt AD tại K. CD giao BK tại Q, AQ giao BC tại F, DF giao AB tại H. Chứng minh: DF // AC và F là trung điểm DH.</b>                                                             |              |
|          |          | * BQ // AC (cùng $\perp$ AB) $\Rightarrow \frac{BQ}{AC} = \frac{FQ}{FA}$ ;<br>mà BQ = DQ; CA = CD (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau)<br>Từ đó $\Rightarrow \frac{DQ}{CD} = \frac{FQ}{FA} \Rightarrow DF // AC$ (ĐL talet đảo) | 0,25<br>0,25 |
|          |          | - C/m: Q là trung điểm BK<br>Từ đó dùng hq Talet $\Rightarrow F$ là trung điểm DH<br>(hs làm cách khác vẫn cho điểm tối đa)                                                                                            | 0,25<br>0,25 |
|          |          |                                                                                                                                                                                                                        |              |
| 5<br>0,5 |          | Cho x, y > 0 và $2x + y \geq 7$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:<br>$P = x^2 - x + 3y + \frac{9}{x} + \frac{1}{y} + 9$                                                                                            |              |
|          |          | $P = (x - 3)^2 + \left(x + \frac{9}{x}\right) + \left(y + \frac{1}{y}\right) + (4x + 2y)$<br>$P \geq 0 + 2\sqrt{9} + 2 + 2.7 = 22$<br>Dấu “=” xảy ra khi $x = 3; y = 1$<br>KL:...                                      | 0,25<br>0,25 |

HS giải theo cách khác vẫn cho điểm tối đa