PHÒNG GD&ĐT BA ĐÌNH
Trường THCS Phan Chu Trinh
Trường THCS Mạc Đĩnh Chi

ĐỀ THI KHẢO SÁT LỚP 9
Năm học 2017-2018
Môn: Toán
Ngày thi: 3/3/2018
Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I. (2,0 điểm)

1. Cho biểu thức: $A=\dfrac{x-4}{\sqrt{x}-1}$. (với $x\ge 0, x\ne 1$). Tìm giá trị của x để $A=4$

2. Rút gọn biểu thức $B=\left(\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}\right):\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}$ (với $x\ge 0, x\ne 4$).

3. Với các biểu thức A và B nói trên, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\dfrac{18}{A.B}$

Bài II. (2,0 điểm). *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Để hoàn thành một công việc theo dự định, cần một số công nhân làm trong một số ngày nhất định. Nếu bớt đi 2 công nhân thì phải mất thêm 3 ngày mới có thể hoàn thành công việc. Nếu tăng thêm 5 công nhân thì công việc hoàn thành sớm được 4 ngày. Hỏi theo dự định, cần bao nhiêu công nhân và làm bao nhiêu ngày?

Bài III. (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{80}{x+y}+\dfrac{48}{x-y}=7\\ \dfrac{100}{x+y}-\dfrac{32}{x-y}=3\end{cases}$

2. Cho phương trình $x^2-2(m-1)x-m^2+m-1=0$ (x là ẩn số)

a) Giải phương trình đã cho khi $m=2$

b) Chứng minh rằng phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi số thực m

Bài IV. (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O), đường cao AN, CK của tam giác ABC cắt nhau tại H.

1. Chứng minh tứ giác $BKHN$ là tứ giác nội tiếp. Xác định tâm I của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BKHN$

2. Chứng minh: $\widehat{KBH}=\widehat{KCA}$

3. Gọi E là trung điểm của cạnh AC. Chúng minh KE là tiếp tuyến của đường tròn (I).

4. Đường tròn (I) cắt (O) tại M. Chứng minh BM vuông góc với ME

Bài V. (0,5 điểm) Giải phương trình $\dfrac{1}{\sqrt{x+3}}+\dfrac{1}{\sqrt{3x+1}}=\dfrac{2}{1+\sqrt{x}}$

.....Hết .....

Lưu ý: Giám thị coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Đáp án

Câu 1. . (2,0 điểm)

1. Cho biểu thức $A=\dfrac{x-4}{\sqrt{x}-1}$. (Với $x\ge 0, x\ne 1$). Tìm giá trị của x để $A=4$.

2. Rút gọn biểu thức $B=\left(\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}\right):\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}$ (Với $x\ge 0, x\ne 4$)

3. Với các biểu thức A và B nói trên, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\dfrac{18}{A.B}$.

Lời giải

1. Ta có $A=4$ suy ra

$$\frac{x-4}{\sqrt{x}-1}=4\Leftrightarrow x-4=4\left(\sqrt{x}-1\right)\Leftrightarrow x-4\sqrt{x}=0\Leftrightarrow \sqrt{x}\left(\sqrt{x}-4\right)=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=0\\ \sqrt{x}-4=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=16\end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện xác định vậy $x=0$ hoặc $x=16$.

2. $B=\left(\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}\right):\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}$

$$\Rightarrow B=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right).\left(\sqrt{x}+1\right)-\left(\sqrt{x}+2\right).\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right).\left(\sqrt{x}+1\right)}.\frac{\sqrt{x}+1}{3}$$

$$\Rightarrow B=\frac{x-1-x+4}{\left(\sqrt{x}-2\right).\left(\sqrt{x}+1\right)}.\frac{\sqrt{x}+1}{3}$$

$$\Rightarrow B=\frac{3}{\left(\sqrt{x}-2\right).\left(\sqrt{x}+1\right)}.\frac{\sqrt{x}+1}{3}$$

$$\Rightarrow B=\frac{1}{\sqrt{x}-2}\ (\text{đkxđ: } x\ge 0, x\ne 4).$$

3. Ta có

$$A.B=\frac{x-4}{\sqrt{x}-1}.\frac{1}{\sqrt{x}-2}=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$$

$$\Rightarrow\frac{18}{A.B}=\frac{18\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}+2}=18-\frac{54}{\sqrt{x}+2}.$$

Vì $x\ge 0\Rightarrow\sqrt{x}+2\ge 2\Rightarrow\dfrac{54}{\sqrt{x}+2}\le\dfrac{54}{2}=27$.

Nên $18-\dfrac{54}{\sqrt{x}+2}\ge 18-27=-9$.

Hay $\dfrac{18}{A.B}\ge -9$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\dfrac{18}{A.B}$ là -9 , đạt được khi $x=0$.

Câu 2. *(2,0 điểm)* Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Để hoàn thành một công việc theo dự định, cần một số công nhân làm trong số ngày nhất định. Nếu bớt đi 2 công nhân thì phải mất thêm 3 ngày mới hoàn thành công việc. Nếu thêm 5 công nhân thì công việc hoàn thành sớm được 4 ngày. Hỏi theo dự định cần bao nhiêu công nhân và làm bao nhiêu ngày?

Lời giải.

Gọi số công nhân theo dự định để hoàn thành công việc là x (người, $x\in\mathbb{N}, x>2$);

Số ngày dự định hoàn thành công việc là y (ngày, $y\in\mathbb{N}, y>4$).

Theo dự định, để hoàn thành công việc đó cần số công là: xy.

Vì nếu bớt đi 2 công nhân thì phải mất thêm 3 ngày mới hoàn thành công việc nên ta có phương trình: $(x-2)(y+3)=xy$ (1).

Vì nếu thêm 5 công nhân thì công việc hoàn thành sớm được 4 ngày nên ta có phương trình: $(x+5)(y-4)=xy$ (2).

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}(x-2)(y+3)=xy\\(x+5)(y-4)=xy\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x-2y=6\\-4x+5y=20\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=10\\y=12\end{cases}$$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy theo dự định cần 10 công nhân và làm trong 12 ngày thì hoàn thành công việc.

Câu 3. (2 điểm)

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{80}{x+y}+\dfrac{48}{x-y}=7\\\dfrac{100}{x+y}-\dfrac{32}{x-y}=3\end{cases}$.

2. Cho phương trình $x^2-2(m-1)x-m^2+m-1=0$ (x là ẩn số)

a) Giải phương trình khi $m=2$.

b) Chứng minh rằng phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi số thực m.

Lời giải

1. Điều kiện: $x\neq\pm y$. Đặt $a=\dfrac{20}{x+y}$; $b=\dfrac{16}{x-y}$.

Khi đó hệ đã cho trở thành: $\begin{cases}4a+3b=7\\5a-2b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=10-9a\\5a-2(10-9a)=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}$.

Với $\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{20}{x+y}=1\\\dfrac{16}{x-y}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=20\\x-y=16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=18\\y=2\end{cases}$.

Vậy hệ đã cho có nghiệm là $(x;y)=(18;2)$.

2. $x^2-2(m-1)x-m^2+m-1=0$ $(*)$:

a) Với $m=2$ phương trình $(*)$ trở thành: $x^2-2x-3=0$ (có $a-b+c=0$) $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

b) Ta có $\Delta'=(m-1)^2+m^2-m+1=2m^2-3m+2$

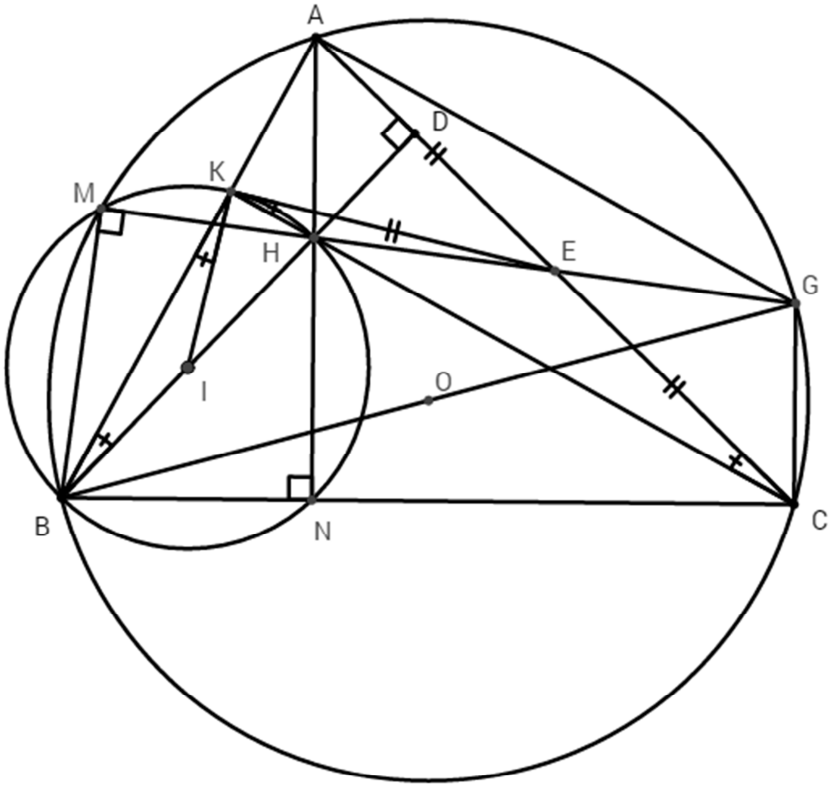
$=2\left(m^2-\dfrac{3}{2}m+1\right)=2\left(m^2-2.\dfrac{3}{4}m+\dfrac{9}{16}+\dfrac{7}{16}\right)=2\left(m-\dfrac{3}{4}\right)^2+\dfrac{14}{16}>0,\forall m\in\mathbb{R}$.

Vậy $\forall m \in \mathbb{R}$ phương trình $(*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt.

Câu 4. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp (O), đường cao AN, CK của tam giác ABC cắt nhau tại H.

1. Chứng minh tứ giác $BKHN$ là tứ giác nội tiếp. Xác định tâm I của đường tròn ngoại tiếp tứ giác BKHN.
2. Chứng minh: $\widehat{KBH} = \widehat{KCA}$.
3. Gọi E là trung điểm của AC. Chứng minh KE là tiếp tuyến của đường tròn (I).
4. Đường tròn (I) cắt (O) tại M. Chứng minh BM vuông góc với ME.

Lời giải.



1. AN, CK là đường cao của tam giác ABC nên $\widehat{HKB} = \widehat{HNB} = 90° \Rightarrow \widehat{HKB} + \widehat{HNB} = 180°$

   Nên tứ giác $BKHN$ là tứ giác nội tiếp.

   Mà $\widehat{HKB} = \widehat{HNB} = 90°$ nên đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BKHN$ nhận trung điểm I của đoạn BH làm tâm.

2. Gọi D là giao điểm của BH và AC, mà H là trực tâm tam giác ABC nên $BD \perp AC$ hay $\widehat{BDA} = 90°$

   Xét tam giác ADB ta có: $\widehat{ABD} + \widehat{BDA} + \widehat{DAB} = 180° \Rightarrow \widehat{ABD} = 90° - \widehat{BAC}$

   Xét tam giác AKC ta có: $\widehat{AKC} + \widehat{KCA} + \widehat{KAC} = 180° \Rightarrow \widehat{KCA} = 90° - \widehat{BAC}$

   $\Rightarrow \widehat{KBH} = \widehat{KAC}$ *(1).*

3. Xét tam giác AKC vuông tại K có trung tuyến KE nên $KE = EC \Rightarrow$ tam giác KEC cân tại $E \Rightarrow \widehat{KEC} = \widehat{ECK}$ *(2).*

   Xét tam giác KIB cân tại I ta có $\widehat{IBK} = \widehat{IKB}$ kết hợp với *(1), (2)* ta có $\widehat{IKB} = \widehat{HKE}$

   $\Rightarrow \widehat{IKB} + \widehat{IKH} = \widehat{HKE} + \widehat{IKH} \Rightarrow \widehat{BKH} = \widehat{IKE}$

   $\Rightarrow KE$ là tiếp tuyến của (I)

4. Kẻ đường kính BG

   Ta có $\widehat{GCB} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

   $\Rightarrow GC \perp BC$ kết hợp với $AN \perp BC$ ta có $AH // CG$.

   Chứng minh tương tự ta có $AG // CH \Rightarrow AHCG$ là hình bình hành. Mà E là trung điểm của AC nên E cũng là trung điểm của $HG \Rightarrow H$, E, G thẳng hàng *(3).*

   $\widehat{BMH} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (I)).

   $\widehat{BMG} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)).

   $\Rightarrow M$, H, G thẳng hàng *(4).*

   Từ *(3)* và *(4).* $\Rightarrow M$, E, G thẳng hàng.

   Vậy $ME \perp BM$.

Câu 5. Giải phương trình $\dfrac{1}{\sqrt{x+3}} + \dfrac{1}{\sqrt{3x+1}} = \dfrac{2}{1+\sqrt{x}}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x \geq 0$

Phương trình tương đương với:

$$\frac{1}{\sqrt{x+3}} - \frac{1}{1+\sqrt{x}} = \frac{1}{1+\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{3x+1}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1+\sqrt{x}-\sqrt{x+3}}{\left(1+\sqrt{x}\right)\sqrt{x+3}} = \frac{\sqrt{3x+1}-1-\sqrt{x}}{\left(1+\sqrt{x}\right)\sqrt{3x+1}} \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}-2}{\left(1+\sqrt{x}\right)\sqrt{x+3}} = \frac{2x-2\sqrt{x}}{\left(1+\sqrt{x}\right)\sqrt{3x+1}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}-2}{\left(1+\sqrt{x}\right)\sqrt{x+3}} = \frac{\sqrt{x}\left(2\sqrt{x}-2\right)}{\left(1+\sqrt{x}\right)\sqrt{3x+1}} \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}-2}{\left(1+\sqrt{x}\right)}\left(\frac{1}{\sqrt{x+3}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{3x+1}}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{2\sqrt{x}-2}{\left(1+\sqrt{x}\right)} = 0 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x+3}} - \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{3x+1}} = 0 \end{array}\right.$$

Trường hợp 1: $\dfrac{2\sqrt{x}-2}{\left(1+\sqrt{x}\right)} = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Trường hợp 2: $\dfrac{1}{\sqrt{x+3}} - \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{3x+1}} = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 1$.