

Câu 1(2,0 điểm):

1) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x-3} = 2$

b) $\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 3$

2) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 5x + 3y = 18 \end{cases}$$

Câu 2(2,0 điểm):

1) Thực hiện phép tính:

a) $\sqrt{48} - \sqrt{75} + \frac{1}{3}\sqrt{432}$

b) $\frac{2}{\sqrt{3}+1} - \frac{\sqrt{12}-3}{2-\sqrt{3}}$

2) Rút gọn biểu thức sau: $P = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}+1}{2-\sqrt{x}} - \frac{5\sqrt{x}+2}{x-4}$; với $x \geq 0; x \neq 4$

Câu 3(2,0 điểm):

Cho hàm số bậc nhất: $y = (m-3)x + 2m - 5$ (m là tham số, $m \neq 3$) có đồ thị (d)

a) Tìm điều kiện của m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua điểm A (-1; 4).

c) Tìm giá trị của m để hai đường thẳng (d) và (d') : $y = 2x + 4$ cắt nhau tại điểm có

hoành độ bằng $-\frac{3}{4}$.

Câu 4(3,0 điểm):

Cho đường tròn tâm O bán kính R và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Qua A kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (B là tiếp điểm). Tia Ax nằm giữa AB và AO cắt đường tròn (O; R) tại hai điểm C và D (C nằm giữa A và D). Gọi M là trung điểm của dây CD, kẻ BH vuông góc với AO tại H.

a) Tính OH.OA theo R.

b) Cho $\widehat{ABC} = \widehat{ADB}$. Chứng minh $AC.AD = AH.AO$ và $\widehat{CHO} + \widehat{CDO} = 180^\circ$

c) Qua C kẻ tiếp tuyến thứ hai với đường tròn (O) cắt OM tại E. Chứng minh ba điểm E, H, B thẳng hàng.

Câu 5 (1,0 điểm):

Cho a, b, c dương thỏa mãn $6a + 3b + 2c = abc$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$T = \frac{1}{\sqrt{a^2+1}} + \frac{2}{\sqrt{b^2+4}} + \frac{3}{\sqrt{c^2+9}}$$

-----Hết-----

SBD: Họ và tên thí sinh:

Giám thị 1: Giám thị 2:

Câu	Ý	Đáp án	Biểu điểm
1	1a	$\sqrt{x-3}=2$; ĐKXD: $x \geq 3$	0,25
		$\Leftrightarrow x-3=4 \Leftrightarrow x=7(t/m)$. Vậy phương trình có nghiệm $x=7$	0,25
	1b	$\sqrt{4x^2+4x+1}=3$ $\Leftrightarrow \sqrt{(2x+1)^2}=3 \Leftrightarrow 2x+1 =3$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1=3 \\ 2x+1=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}$ Vậy nghiệm của phương trình là $x=1$ hoặc $x=-2$ (Nếu thiếu 1 nghiệm trừ 0,25đ)	0,5
	2	$\begin{cases} 2x-y=5 \\ 5x+3y=18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x-3y=15 \\ 5x+3y=18 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 11x=33 \\ 5x+3y=18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$	0,25
		Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (3; 1)$	0,25
2	1a	$\sqrt{48} - \sqrt{75} + \frac{1}{3}\sqrt{432}$	0,25
		$= 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$ $= 3\sqrt{3}$	0,25
	1b	$\frac{2}{\sqrt{3}+1} - \frac{\sqrt{12}-3}{2-\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{2} - \frac{\sqrt{3}(2-\sqrt{3})}{2-\sqrt{3}}$	0,25
		$= \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} = -1$	0,25
	2	Với $x \geq 0, x \neq 4$, ta có:	

3		$P = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}+1}{2-\sqrt{x}} - \frac{5\sqrt{x}+2}{x-4}$ $= \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-2) + (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2) - (5\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
		$= \frac{2x - 4\sqrt{x} + x + 3\sqrt{x} + 2 - 5\sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{3x - 6\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
		$= \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$	0,25
		Vậy $P = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.	0,25
	a	Xét hàm số bậc nhất: $y = (m-3)x + 2m - 5$ ($m \neq 3$) Đề hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow m-3 > 0 \Leftrightarrow m > 3$	0,5
	b	Vì đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1; 4)$ nên ta có: $(m-3) \cdot (-1) + 2m - 5 = 4$	0,25
		$\Leftrightarrow -m + 3 + 2m - 5 = 4$ $\Leftrightarrow m = 6 \text{ (t/m)}$	0,25
		Vậy $m = 6$ thì đồ thị hàm số đi qua $A(-1; 4)$	0,25
	c	Xét 2 đường thẳng: (d): $y = (m-3)x + 2m - 5$ ($m \neq 3$) (d'): $y = 2x + 4$ ĐK: Đường thẳng (d) và đường thẳng (d') cắt nhau $\Leftrightarrow m-3 \neq 2 \Leftrightarrow m \neq 5$	0,25
		Đường thẳng (d) và (d') cắt nhau tại điểm có hoành độ bằng $\frac{-3}{4}$ $\Rightarrow x = \frac{-3}{4} \text{ thay vào (d')} \text{ ta được } y = \frac{5}{2}$	0,25
		Thay $x = \frac{-3}{4}$ và $y = \frac{5}{2}$ vào (d) ta được: $(m-3)\left(\frac{-3}{4}\right) + 2m - 5 = \frac{5}{2}$ $\Leftrightarrow -3m + 9 + 8m - 20 = 10 \Leftrightarrow m = \frac{21}{5} \text{ (t/m)}$ Vậy $m = \frac{21}{5}$	0,25

4		Vẽ hình đúng (nếu HS vẽ hình đến câu a cũng cho điểm tối đa)	0,25
	a	Xét tam giác ABO vuông tại B có $BH \perp AO$ $\Rightarrow OH.OA = OB^2$ (hệ thức lượng)	0,5
		Mà $OB = R \Rightarrow OH.OA = R^2$ Vậy $OH.OA = R^2$	0,25
	b	Xét tam giác ABC và tam giác ADB có : $\widehat{ABC} = \widehat{ADB}$; $\widehat{BAC}$ chung $\Rightarrow \Delta ABC$ đồng dạng ΔADB (g-g) $\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow AC.AD = AB^2$	0,25
		Xét tam giác ABO vuông tại B có $BH \perp AO$ $\Rightarrow AH.OA = AB^2 \Rightarrow AH.OA = AC.AD$	0,25
		$\Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AD}{AO}$ mà $\widehat{CAH}$ chung $\Rightarrow \Delta CAH$ đồng dạng ΔOAD (c-g-c)	0,25
		$\Rightarrow \widehat{AHC} = \widehat{ADO}$ Mà $\widehat{AHC} + \widehat{CHO} = 180^\circ$ (kề bù) $\Rightarrow \widehat{CHO} + \widehat{CDO} = 180^\circ$ (đpcm)	0,25
	c	Xét (O) có M là trung điểm của dây CD $\Rightarrow OE \perp CD$ tại M (t/c) Xét ΔCEO vuông tại C; có $CM \perp EO$ $\Rightarrow OM.OE = OC^2$ (hệ thức lượng)	0,25
		Mà $OH.OA = OB^2$ và $OC = OB$ (Bán kính (O)) $\Rightarrow OM.OE = OH.OA$	0,25
		$\Rightarrow \frac{OM}{OA} = \frac{OH}{OE}$ mà $\widehat{AOM}$ chung $\Rightarrow \Delta OHE$ đồng dạng ΔOMA (c-g-c)	0,25
		$\Rightarrow \widehat{OHE} = \widehat{OMA}$ mà $\widehat{OMA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{OHE} = 90^\circ$ $\Rightarrow EH \perp OA$ mà $BH \perp OA \Rightarrow$ ba điểm E;B; H thẳng hàng (đpcm)	0,25

5	Đặt $x = a, y = \frac{b}{2}, z = \frac{c}{3}$ thì $x, y, z > 0$ và $x + y + z = xyz$. Khi đó ta có $T = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+y^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+z^2}}$.	0,25
	Ta có $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}} = \sqrt{\frac{xyz}{x^2(x+y+z)+xyz}} = \sqrt{\frac{yz}{(x+y)(x+z)}} \leq \frac{y}{2(x+y)} + \frac{z}{2(x+z)}$ Tương tự, ta có: $\frac{1}{\sqrt{y^2+1}} \leq \frac{x}{2(x+y)} + \frac{z}{2(y+z)}; \frac{1}{\sqrt{z^2+1}} \leq \frac{x}{2(x+z)} + \frac{y}{2(y+z)}$	0,25
	$\Rightarrow T \leq \frac{x+y}{2(x+y)} + \frac{x+z}{2(x+z)} + \frac{y+z}{2(y+z)} = \frac{3}{2}$	0,25
	Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z = \sqrt{3} \Rightarrow a = \sqrt{3}, b = 2\sqrt{3}, c = 3\sqrt{3}$. Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức T là $\frac{3}{2}$ khi và chỉ khi $a = \sqrt{3}, b = 2\sqrt{3}, c = 3\sqrt{3}$.	0,25

Lưu ý: Học sinh giải cách khác đúng vẫn đạt điểm tối đa.

-----Hết-----