

I. TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)

(Chọn phương án trả lời đúng nhất và viết vào giấy kiểm tra)

Câu 1. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt{16a^2b}$ với $a \geq 0, b \geq 0$.

A. $P = 4a\sqrt{b}$.

B. $P = 16a\sqrt{b}$.

C. $P = 4a^2\sqrt{b}$.

D. $P = 4a^2b$.

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = -2x + 1$ đi qua điểm nào dưới đây?

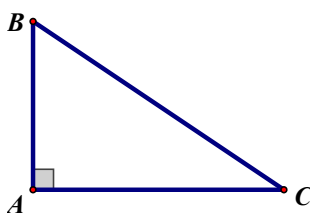
A. $M(0; -1)$.

B. $N(0; 1)$.

C. $Q(1; 0)$.

D. $P(1; -2)$.

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\tan C = \frac{AB}{BC}$.

B. $\tan C = \frac{AC}{AB}$.

C. $\tan C = \frac{AC}{BC}$.

D. $\tan C = \frac{AB}{AC}$.

Câu 4. Phương trình $x + 2y - 1 = 0$ có một nghiệm $(x; y)$ là

A. $(0; 0)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(1; 0)$.

D. $(1; -1)$.

Câu 5. Phương trình nào sau đây là phương trình bậc hai một ẩn?

A. $2x + y - 1 = 0$.

B. $x^2 - 2x + 3 = 0$.

C. $3x - 5 = 0$.

D. $x^4 - 2x^2 - 4 = 0$.

Câu 6. Tìm a để đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $M(1; 2)$.

A. $a = 2$.

B. $a = 1$.

C. $a = 4$.

D. $a = \sqrt{2}$.

Câu 7. Trong một đường tròn, nếu góc nội tiếp chắn cung có số đo bằng 80° thì số đo góc nội tiếp đó bằng

A. 20° .

B. 80° .

C. 40° .

D. 60° .

Câu 8. Nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có hai nghiệm x_1 và x_2 thì $x_1 + x_2$ bằng

A. $\frac{b}{a}$.

B. $\frac{c}{a}$.

C. $-\frac{c}{a}$.

D. $-\frac{b}{a}$.

Câu 9. Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là

A. $S = 4\pi R^2$.

B. $S = 4\pi R$.

C. $S = \frac{4}{3}\pi R^2$.

D. $S = 2\pi R^2$.

Câu 10. Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O), khi đó số đo góc $\widehat{B} + \widehat{D}$ bằng

A. 360° .

B. 120° .

C. 90° .

D. 180° .

II. TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Tìm điều kiện xác định của biểu thức: $A = \sqrt{x+1} + \sqrt{x-2}$.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$$

c) Giải phương trình: $x^2 - 3x - 4 = 0$.

Câu 2. (1,0 điểm)

Một người đi xe máy từ A đến B với vận tốc 30 km/h; lúc trở về người đó đi với vận tốc 40 km/h nên thời gian lúc về ít hơn thời gian lúc đi 30 phút. Tính quãng đường AB.

Câu 3. (1,0 điểm)

Cho phương trình: $2x^2 + (2m-1)x - m - 1 = 0$ với m là tham số, biết phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 . Tìm m để biểu thức $F = 4x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_2^2 - 1$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Các đường cao AE, BF cắt nhau tại trực tâm H của tam giác, AO cắt đường tròn tại điểm thứ hai M.

a) Chứng minh tứ giác EHFC nội tiếp được đường tròn.

b) Chứng minh tứ giác BHCM là hình bình hành.

c) Chứng minh $CO \perp EF$.

Câu 5. (1,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\sqrt[3]{x-2} + \sqrt{x+1} = 3$.

b) Xác định đường thẳng (d): $y = ax + b$, biết rằng (d) đi qua điểm $A(3;2)$, cắt trục tung tại điểm có tung độ nguyên dương, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là một số nguyên tố.

 HẾT

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Chữ ký của giám thị 1:..... Chữ ký của giám thị 2 :.....

HƯỚNG DẪN GIẢI**I. TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)**

1. A	2. B	3. D	4. C	5. B	6. A	7. C	8. D	9. A	10. D
------	------	------	------	------	------	------	------	------	-------

II. TỰ LUẬN (8,0 điểm)**Câu 1. (2,0 điểm)**

a) Tìm điều kiện xác định của biểu thức: $A = \sqrt{x+1} + \sqrt{x-2}$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$.

c) Giải phương trình: $x^2 - 3x - 4 = 0$.

Giải

$$a) \text{ĐKXD: } \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 2$$

Vậy điều kiện xác định của biểu thức A là $x \geq 2$

$$b) \text{Ta có: } \begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 3 \\ 4x + 2y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 15 \\ 2x + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(3; 0)$.

c) Ta có: $a - b + c = 1 - (-3) - 4 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm $x_1 = -1$; $x_2 = 4$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -1$; $x_2 = 4$

Câu 2. (1,0 điểm)

Một người đi xe máy từ A đến B với vận tốc 30 km/h; lúc trở về người đó đi với vận tốc 40 km/h nên thời gian lúc về ít hơn thời gian lúc đi 30 phút. Tính quãng đường AB.

Giải

Gọi độ dài quãng đường AB là x (km) ($x > 0$)

Thời gian xe máy đi từ A đến B là $\frac{x}{30}$ (h)

Thời gian xe máy đi từ B về A là $\frac{x}{40}$ (h)

Vì thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút $= \frac{1}{2}$ (h) nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{30} - \frac{x}{40} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 4x - 3x = 60 \Leftrightarrow x = 60 \text{ (thỏa mãn ĐK)}$$

Vậy quãng đường AB dài 60 km.

Câu 3. (1,0 điểm)

Cho phương trình: $2x^2 + (2m-1)x - m - 1 = 0$ với m là tham số, biết phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 . Tìm m để biểu thức $F = 4x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_2^2 - 1$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Giải

Ta có: $\Delta = (2m-1)^2 - 4.2.(-m-1) = 4m^2 + 4m + 9 = (2m+1)^2 + 8 > 0$ với mọi m
Suy ra phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m .

Theo định lý Vi-ét, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2m-1}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{-m-1}{2} \end{cases}$$

Ta có: $F = 4x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_2^2 - 1 = 4(x_1^2 + x_2^2) + 2x_1x_2 - 1 = 4(x_1 + x_2)^2 - 6x_1x_2 - 1$

Khi đó:
$$\begin{aligned} F &= 4\left(\frac{2m-1}{2}\right)^2 - 6\left(\frac{-m-1}{2}\right) - 1 \\ &= (2m-1)^2 - 3(-m-1) - 1 \\ &= 4m^2 - m + 3 \\ &= (2m)^2 - 2.2m.\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{47}{16} \\ &= \left(2m - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{47}{16} \geq \frac{47}{16} \quad (\text{với mọi } m) \end{aligned}$$

Do đó, giá trị nhỏ nhất của F là $\frac{47}{16}$ khi $2m - \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow 2m = \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = \frac{1}{8}$

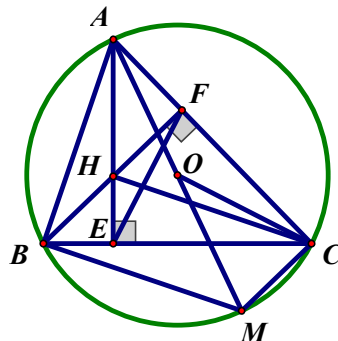
Vậy khi $m = \frac{1}{8}$ thì F đạt GTNN là $\frac{47}{16}$

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O . Các đường cao AE, BF cắt nhau tại trực tâm H của tam giác, AO cắt đường tròn tại điểm thứ hai M .

- Chứng minh tứ giác $EHFC$ nội tiếp được đường tròn.
- Chứng minh tứ giác $BHCM$ là hình bình hành.
- Chứng minh $CO \perp EF$.

Giải



a) Chứng minh tứ giác $EHFC$ nội tiếp được đường tròn.

ΔABC có AE và BF là đường cao cắt nhau tại trực tâm H

$$\Rightarrow \widehat{HEC} = \widehat{HFC} = 90^\circ$$

Xét tứ giác $EHFC$ có $\widehat{HEC} + \widehat{HFC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Vậy tứ giác $EHFC$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh tứ giác BHCM là hình bình hành.

Ta có: C và B thuộc đường tròn (O) đường kính AM

nên $\widehat{ACM} = \widehat{ABM} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

hay $MC \perp AC$ và $MB \perp AB$

Mặt khác: H là trực tâm $\triangle ABC$ nên $CH \perp AB$

Xét tứ giác BHCM có: $\begin{cases} CH // BM (\perp AB) \\ BH // CM (\perp AC) \end{cases}$

nên tứ giác BHCM là hình bình hành.

c) Chứng minh $CO \perp EF$.

Gọi N là giao điểm thứ hai của CO với đường tròn (O)

Xét tứ giác ABEF có $\widehat{AEB} = \widehat{AFB} = 90^\circ$ và hai đỉnh E và F kề nhau nên tứ giác ABEF nội tiếp đường tròn

$\Rightarrow \widehat{BAF} = \widehat{FEC}$ (cùng bù với $\widehat{BEF}$)

Trong đường tròn (O) có $\widehat{BAC} = \widehat{BNC}$ (cùng chắn $\widehat{BC}$)

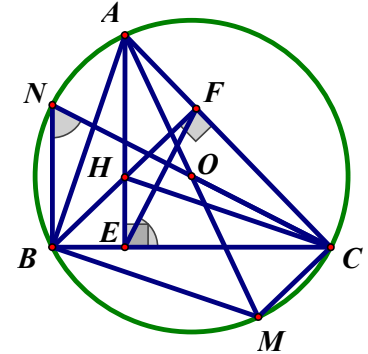
hay $\widehat{BAF} = \widehat{BNC}$

Suy ra $\widehat{FEC} = \widehat{BNC}$ (1)

Mặt khác: $\widehat{NBC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Nên $\widehat{NBC} + \widehat{BCN} = 90^\circ$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{FEC} + \widehat{BCN} = 90^\circ \Rightarrow CN \perp EF$ hay $CO \perp EF$.

**Câu 5. (1,0 điểm)**

a) Giải phương trình: $\sqrt[3]{x-2} + \sqrt{x+1} = 3$.

b) Xác định đường thẳng (d): $y = ax + b$, biết rằng (d) đi qua điểm $A(3;2)$, cắt trục tung tại điểm có tung độ nguyên dương, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là một số nguyên tố.

Giải

a) Giải phương trình: $\sqrt[3]{x-2} + \sqrt{x+1} = 3$.

ĐKXD: $x \geq -1$

Ta có: $\sqrt[3]{x-2} + \sqrt{x+1} = 3$

$$\Leftrightarrow \sqrt[3]{x-2} - 1 + \sqrt{x+1} - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(\sqrt[3]{x-2})^3 - 1^3}{(\sqrt[3]{x-2})^2 + \sqrt[3]{x-2} + 1} + \frac{(\sqrt{x+1})^2 - 2^2}{\sqrt{x+1} + 2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-3}{(\sqrt[3]{x-2})^2 + \sqrt[3]{x-2} + 1} + \frac{x-3}{\sqrt{x+1} + 2} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3) \left(\frac{1}{(\sqrt[3]{x-2})^2 + \sqrt[3]{x-2} + 1} + \frac{1}{\sqrt{x+1} + 2} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ \frac{1}{\left(\sqrt[3]{x-2}\right)^2 + \sqrt[3]{x-2} + 1} + \frac{1}{\sqrt{x+1} + 2} = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Xét phương trình (*): $\frac{1}{\left(\sqrt[3]{x-2}\right)^2 + \sqrt[3]{x-2} + 1} + \frac{1}{\sqrt{x+1} + 2} = 0 \quad (*)$

+) $\left(\sqrt[3]{x-2}\right)^2 + \sqrt[3]{x-2} + 1 = \left(\sqrt[3]{x-2} + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ với mọi x

+) $\sqrt{x+1} + 2 > 0$ với $x \geq -1$

Do đó: $\frac{1}{\left(\sqrt[3]{x-2}\right)^2 + \sqrt[3]{x-2} + 1} + \frac{1}{\sqrt{x+1} + 2} > 0$ nên phương trình (*) vô nghiệm

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 3$.

b) Xác định đường thẳng (d): $y = ax + b$, biết rằng (d) đi qua điểm $A(3;2)$, cắt trục tung tại điểm có tung độ nguyên dương, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là một số nguyên tố.

Đường thẳng (d) đi qua điểm $A(3;2)$ nên $3a + b = 2 \quad (1)$

Đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ nguyên dương nên $\begin{cases} x = 0 \\ y = ax + b = b \end{cases}$

với b nguyên dương.

Đường thẳng (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là một số nguyên tố nên

$$\begin{cases} y = ax + b \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow ax + b = 0 \Leftrightarrow b = -ax \quad (2) \text{ với } x \text{ là số nguyên tố.}$$

Thay (2) vào (1), ta được: $3a - ax = 2 \Leftrightarrow a(3 - x) = 2$

Vì b nguyên dương, x là số nguyên tố nên a là số nguyên; x là số nguyên tố nên $3 - x$ là số nguyên

Ta có bảng sau:

a	1	- 1	2	- 2
x	1	5	2	4

Vì x là số nguyên tố nên $x \in \{2;5\}$

* Với $a = -1; x = 5 \Rightarrow b = -(-1).5 = 5 > 0$

* Với $a = 2; x = 2 \Rightarrow b = -2.2 = -4 < 0$ nên không thỏa mãn điều kiện.

Vậy phương trình đường thẳng (d): $y = -x + 5$.