

I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Câu 1. Căn bậc hai của một số a không âm là số x sao cho:

- A. $a^2 = x$. B. $x^2 = a$. C. $x = 2a$. D. $a = 2x$.

Câu 2. Căn bậc ba của biểu thức $(1-x)^3$ là

- A. $x-1$. B. $1-x$. C. $3(1-x)$. D. $\frac{1-x}{3}$.

Câu 3. Hàm số nào sau đây **không phải** là hàm số bậc nhất?

- A. $y = 2x$. B. $y = -2 + 5x$. C. $y = \frac{3x-1}{5}$. D. $y = \frac{4}{x}$.

Câu 4. Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $y = x-1$ và $y = 2x+1$ là

- A. $(-2; -3)$. B. $(-3; -2)$. C. $(2; 1)$. D. $(1; 3)$.

Câu 5. Đồ thị của hàm số $y = -\frac{1}{4}x^2$ có trục đối xứng là

- A. Trục Ox . B. Đường thẳng $y = x$. C. Trục Oy . D. Đường thẳng $y = -x$.

Câu 6. Phương trình nào sau đây **vô nghiệm**?

- A. $x^2 - 7x + 12 = 0$. B. $2021x^2 - 2022 = 0$. C. $(x-1)^2 = 0$. D. $x^2 + x + 1 = 0$.

Câu 7. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH . Biết $AB = 6$ cm, $BC = 7,5$ cm. Độ dài đoạn BH bằng:

- A. $\frac{27}{10}$ cm. B. $\frac{9}{2}$ cm. C. $\frac{24}{5}$ cm. D. $\frac{4}{5}$ cm.

Câu 8. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , có $\hat{B} = \alpha$, $AB = 1$ cm, $AC = 2$ cm. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

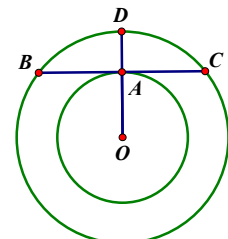
- A. $\cos \alpha = \sqrt{5}$. B. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. C. $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2$. D. $\cot \alpha = \frac{1}{2}$.

Câu 9. Đường tròn có bao nhiêu trục đối xứng?

- A. Có vô số trục đối xứng. B. Có duy nhất một trục đối xứng.
C. Có hai trục đối xứng. D. Không có trục đối xứng nào.

Câu 10. Cho hai đường tròn đồng tâm, có $OD = R$ và $OA = \frac{R\sqrt{3}}{2}$. Tiếp tuyến tại A của đường tròn nhỏ cắt đường tròn lớn tại B và C (hình 1). Số đo cung nhỏ DC của đường tròn lớn là:

- A. 90° . B. 60° .
C. 45° . D. 30° .



hình 1

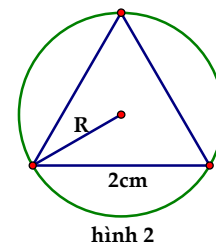
Câu 11. Cho hình 2. Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác đều có cạnh bằng 2 cm là

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ cm.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ cm.

D. $\sqrt{3}$ cm.



hình 2

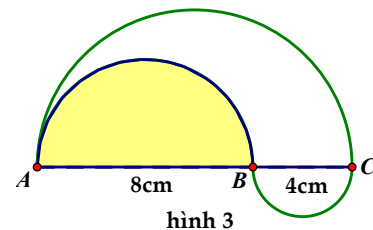
Câu 12. Tính diện tích phần **không tô màu**, giới hạn bởi nửa đường tròn đường kính AC , nửa đường tròn đường kính $AB = 8$ cm và nửa đường tròn đường kính $BC = 4$ cm (hình 3)

A. $40\pi (cm^2)$.

B. $24\pi (cm^2)$.

C. $12\pi (cm^2)$.

D. $20\pi (cm^2)$.



hình 3

II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 13. (1,50 điểm)

1) So sánh các số: $2\sqrt{3}$ và $3\sqrt{2}$.

2) Giải các phương trình, hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 3x + y = -1 \end{cases}$;

b) $x(x+1) = 2$.

Câu 14. (1,50 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 + m - 2 = 0$ (m là tham số).

a) Với giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm?

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 = 0$.

Câu 15. (2,00 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Phú và Yên cùng tham gia cuộc thi ma-ra-tông cự li 10 km. Trong 4 km đầu, cả hai chạy cùng vận tốc. Trong 6 km cuối, Phú tăng vận tốc thêm 2 km/h. Yên vẫn duy trì vận tốc của mình trong suốt quãng đường đua. Kết quả Phú về đích sớm hơn Yên 6 phút. Tính vận tốc chạy của Yên.

Câu 16. (2,00 điểm) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , có $AB = a$, $BC = 2a$. Về phía ngoài $\triangle ABC$ vẽ hai nửa đường tròn đường kính AB và AC . Đường thẳng d đi qua A cắt nửa đường tròn đường kính AB tại D và cắt nửa đường tròn đường kính AC tại E ($D, E \neq A$).

a) Chứng minh rằng BD song song với CE .

b) Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng BC . Tính số đo góc AOC .

c) Xác định vị trí của đường thẳng d để tứ giác $BCED$ nội tiếp được.

d) Cho biết BC cố định. Khi đường thẳng d thay đổi thì trung điểm I của đoạn thẳng DE chạy trên đường nào?

==HẾT==

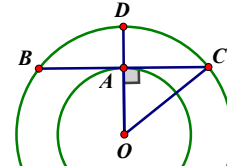
HƯỚNG DẪN GIẢI

I. TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	B	D	A	C	D	C	A	A	D	C	C

Câu 10. Cho hai đường tròn đồng tâm, có $OD = R$ và $OA = \frac{R\sqrt{3}}{2}$. Tiếp tuyến tại A của đường tròn nhỏ cắt đường tròn lớn tại B và C (hình 1). Số đo cung nhỏ DC của đường tròn lớn là:

- A. 90° . B. 60° .
C. 45° . D. 30° .



hình 1

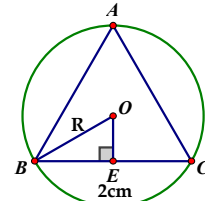
Giải chi tiết

Xét $\triangle OAC$ vuông tại A ta có:

$$\cos AOC = \frac{OA}{OC} = \frac{\frac{R\sqrt{3}}{2}}{R} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{AOC} = 30^\circ \Rightarrow sđ\widehat{CD} = 30^\circ \text{ (góc ở tâm)} \Rightarrow \text{Chọn D}$$

Câu 11. Cho hình 2. Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác đều có cạnh bằng 2 cm là

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ cm. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm.
C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ cm. D. $\sqrt{3}$ cm.



hình 2

Giải chi tiết

Gọi E là trung điểm $BC \Rightarrow OE \perp BC$

Vì $\triangle ABC$ đều $\Rightarrow O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp cũng là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$

$\Rightarrow BO$ là phân giác $\widehat{ABC}$

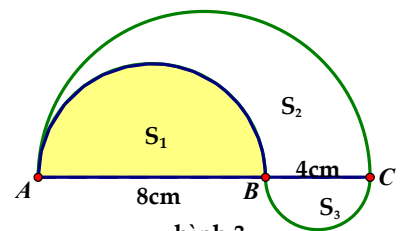
$\Rightarrow \widehat{OBE} = 30^\circ$

$$\text{Ta có } \cos OBE = \frac{BE}{OB} = \frac{1}{R}$$

$$\Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{1}{R} \Rightarrow R = \frac{1}{\cos 30^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \text{Chọn C}$$

Câu 12. Tính diện tích phần **không tô màu**, giới hạn bởi nửa đường tròn đường kính AC , nửa đường tròn đường kính $AB = 8$ cm và nửa đường tròn đường kính $BC = 4$ cm (hình 3)

- A. $40\pi (cm^2)$. B. $24\pi (cm^2)$.
C. $12\pi (cm^2)$. D. $20\pi (cm^2)$.



hình 3

Giải chi tiết

$$\text{Ta có } S_1 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 4^2 = 8\pi (cm^2)$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 6^2 - S_1 = 18\pi - 8\pi = 10\pi (cm^2)$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2^2 = 2\pi$$

$$\Rightarrow \text{diện tích phần không tô màu là: } S = S_2 + S_3 = 10\pi + 2\pi = 12\pi (cm^2) \Rightarrow \text{Chọn C}$$

II. TỰ LUẬN

Câu 13. (1,50 điểm)

1) So sánh các số: $2\sqrt{3}$ và $3\sqrt{2}$.

2) Giải các phương trình, hệ phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} x+3y=5 \\ 3x+y=-1 \end{cases};$$

b) $x(x+1)=2.$

Giải chi tiết

1) Ta có $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$; $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$

Vì $12 < 18 \Rightarrow \sqrt{12} < \sqrt{18} \Rightarrow 2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}.$

2)

a)
$$\begin{cases} x+3y=5 \\ 3x+y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5-3y \\ 3(5-3y)+y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5-3y \\ -8y=-16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (-1; 2).$

b) $x(x+1)=2 \Leftrightarrow x^2+x-2=0$

Vì $a+b+c=1+1+(-2)=0$

$\Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1=1; x_2=\frac{c}{a}=-2$$

Vậy $S = \{1; -2\}$

Câu 14. (1,50 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 + m - 2 = 0$ (m là tham số).

a) Với giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm?

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 = 0.$

Giải chi tiết

a) Ta có $\Delta = [-2(m-1)]^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m^2 + m - 2)$

$$\Delta = 4m^2 - 8m + 4 - 4m^2 - 4m + 8$$

$$\Delta = -12m + 12$$

Để phương trình có nghiệm thì $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow -12m + 12 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 1.$

b) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow -12m + 12 > 0 \Leftrightarrow m < 1$

Theo định lí Vi-Et ta có:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ P = m^2 + m - 2 \end{cases}$$

Ta có $x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 = 0$

$$\Leftrightarrow P + S = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + m - 2 + 2m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 3m - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 & (L) \\ m = -4 & (N) \end{cases}$$

Vậy $m = -4$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 15. (2,00 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Phú và Yên cùng tham gia cuộc thi ma-ra-tông cự li 10 km. Trong 4 km đầu, cả hai chạy cùng vận tốc. Trong 6 km cuối, Phú tăng vận tốc thêm 2 km/h. Yên vẫn duy trì vận tốc của mình trong suốt quãng đường đua. Kết quả Phú về đích sớm hơn Yên 6 phút. Tính vận tốc chạy của Yên.

Giải chi tiết

$$\text{Đổi } 6' = \frac{1}{10} h$$

Gọi x (km/h) là vận tốc của Yên ($x > 0$)

$\Rightarrow$ vận tốc 4 km đầu của Phú là x

$\Rightarrow$ vận tốc 6 km cuối của Phú là $x + 2$

Thời gian Yên chạy là $\frac{10}{x}$ (h)

Thời gian Phú chạy là $\frac{4}{x} + \frac{6}{x+2}$ (h)

Vì Phú về đích sớm hơn Yên 6 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{4}{x} + \frac{6}{x+2} + \frac{1}{10} = \frac{10}{x}$$

$$\Rightarrow 40(x+2) + 60x + x(x+2) = 100(x+2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 120 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 & (N) \\ x = -12 & (L) \end{cases}$$

Vậy tốc độ của Yên là 10 km/h.

Câu 16. (2,00 điểm) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , có $AB = a$, $BC = 2a$. Về phía ngoài $\triangle ABC$ vẽ hai nửa đường tròn đường kính AB và AC . Đường thẳng d đi qua A cắt nửa đường tròn đường kính AB tại D và cắt nửa đường tròn đường kính AC tại E ($D, E \neq A$).

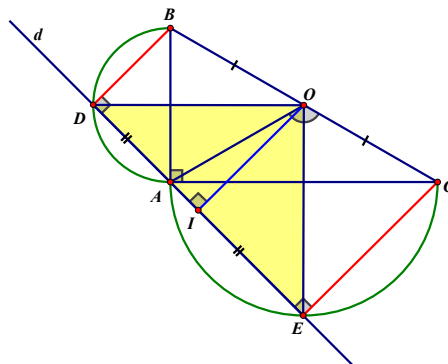
a) Chứng minh rằng BD song song với CE .

b) Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng BC . Tính số đo góc AOC .

c) Xác định vị trí của đường thẳng d để tứ giác $BCED$ nội tiếp được.

d) Cho biết BC cố định. Khi đường thẳng d thay đổi thì trung điểm I của đoạn thẳng DE chạy trên đường nào?

Giải chi tiết



a) Ta có $\widehat{ADB} = \widehat{AEC} = 90^\circ$ (các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow \begin{cases} BD \perp DE \\ CE \perp DE \end{cases} \Rightarrow BD \parallel CE.$$

b) Ta có $OA = OB = OC = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}.2a = a$ (đường trung tuyến ứng với cạnh huyền)

mà $AB = a \Rightarrow \triangle OAB$ là tam giác đều

$$\Rightarrow \widehat{AOB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{AOC} = 120^\circ \text{ (kề bù)}$$

c) Ta có $\widehat{BDE} = 90^\circ$

Đề tứ giác $BCED$ nội tiếp được thì $\widehat{BCE} = 90^\circ$ (hai góc đối có tổng bằng 180°)

$$\Rightarrow CE \perp BC$$

Mà $CE \perp DE$

$$\Rightarrow DE \parallel BC$$

Hay đề tứ giác $BCED$ nội tiếp được thì $d \parallel BC$.

d) Ta có $BCED$ là hình thang (vì $BD \parallel CE$)

mà O là trung điểm BC , I là trung điểm $DE \Rightarrow OI$ là đường trung bình của hình thang $BCED$.

$$\Rightarrow BD \parallel OI \parallel CE$$

$$\Rightarrow OI \perp DE$$

$$\Rightarrow \triangle OAI \text{ vuông tại } I.$$

Do BC cố định nên O cố định. Ta có điểm A cố định nên OA cố định.

$\Rightarrow$ khi d di chuyển thì I luôn nằm trên đường tròn đường kính OA .

_____ **THCS.TOANMATH.com** _____