

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
AN GIANG**

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

Năm học 2022-2023

Khóa ngày 07/6/2022

Môn thi: TOÁN CHUYÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm có 01 trang)

Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. (2,5 điểm)

Cho $A = (4 + x + 2\sqrt{3 + x})^2 - 10(1 + \sqrt{3 + x})^2$

- Tính giá trị biểu thức A khi $x = 2\sqrt{2}$.
- Tìm x biết $A = -9$.

Câu 2. (2,0 điểm)

Cho Parabol $(P): y = -2x^2$ và hai điểm $A(-1; 0), B(1; -2)$.

- Vẽ đồ thị (P) và hai điểm $A; B$ trên cùng hệ trục tọa độ.
- Viết phương trình đường thẳng (d) song song với AB và tiếp xúc (P) .

Câu 3. (1,0 điểm)

Cho phương trình bậc hai ẩn x , n là tham số: $nx^2 - 2(n + 1)x + n = 0$.

- Tìm n để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$.
- Chứng minh rằng $|x_1 - x_2| \leq 2\sqrt{3}$ với mọi số n nguyên dương.

Câu 4. (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại C ($AC > BC$), $BC = 2$. Biết rằng đường tròn (O) qua ba điểm A, B, M (M là trung điểm của BC) cắt AC tại L với BL là tia phân giác của góc ABC .

- Chứng minh $CA \cdot CL = 2$.
- Chứng minh $AB \cdot LC = BC \cdot LM$.
- Tính độ dài cạnh AB .

Câu 5. (1,0 điểm)

Một nông dân thu hoạch 100 trái dưa lưới có khối lượng trung bình là 1,5 kg. Trong 100 trái này có các trái dưa lưới nặng hơn 1,5 kg có khối lượng trung bình là 1,73 kg, các trái dưa lưới nhẹ hơn 1,5 kg có khối lượng trung bình là 1,33 kg và các trái dưa lưới nặng đúng 1,5 kg.

- Tìm biểu thức liên hệ giữa số trái dưa lưới theo khối lượng của chúng.

- Có ít nhất bao nhiêu trái dưa lưới nặng đúng 1,5 kg ?



-----Hết-----

Số báo danh: Phòng thi:

LƯỢC GIẢI ĐỀ TUYỂN SINH 10 AN GIANG

Môn: TOÁN CHUYÊN

Năm học: 2022 – 2023

Đặng Lê Gia Khánh

Câu 1. (2,5 điểm)

Cho $A = (4 + x + 2\sqrt{3+x})^2 - 10(1 + \sqrt{3+x})^2$.

a. Tính giá trị biểu thức A khi $x = 2\sqrt{2}$.

b. Tìm x biết $A = -9$.

LỜI GIẢI

Với điều kiện $3 + x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -3$

$$A = \left[(1 + \sqrt{3+x})^2 \right]^2 - 10(1 + \sqrt{3+x})^2 = (1 + \sqrt{3+x})^4 - 10(1 + \sqrt{3+x})^2.$$

1a. Với $x = 2\sqrt{2}$ thì $3 + x = 3 + 2\sqrt{2} = (1 + \sqrt{2})^2 \Rightarrow \sqrt{3+x} = 1 + \sqrt{2}$.

$$\text{Suy ra } A = (2 + \sqrt{2})^4 - 10(2 + \sqrt{2})^2 = (2 + \sqrt{2})^2 \left[(2 + \sqrt{2})^2 - 10 \right].$$

$$\text{Do } (2 + \sqrt{2})^2 = 6 + 4\sqrt{2} \Rightarrow A = (6 + 4\sqrt{2})(-4 + 4\sqrt{2}) = 8 + 8\sqrt{2}.$$

1b. Đặt $t = 1 + \sqrt{3+x}$ ($t \geq 1$). Biểu thức A trở thành $A = t^4 - 10t^2$

$$A = -9 \Leftrightarrow t^4 - 10t^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow (t^2 - 1)(t^2 - 9) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \pm 1 \\ t = \pm 3 \end{cases}$$

Do $t \geq 1$ nên $t = 1$ hoặc $t = 3$.

$$\text{Với } t = 1 \Rightarrow 1 + \sqrt{3+x} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{3+x} = 0 \Leftrightarrow x = -3 \text{ (nhận).}$$

$$\text{Với } t = 3 \Rightarrow 1 + \sqrt{3+x} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{3+x} = 2 \Leftrightarrow 3 + x = 4 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (nhận).}$$

Vậy $A = -9$ tìm được các giá trị x là $-3; 1$.

Câu 2. (2,0 điểm)

Cho Parabol $(P): y = -2x^2$ và hai điểm $A(-1; 0), B(1; -2)$.

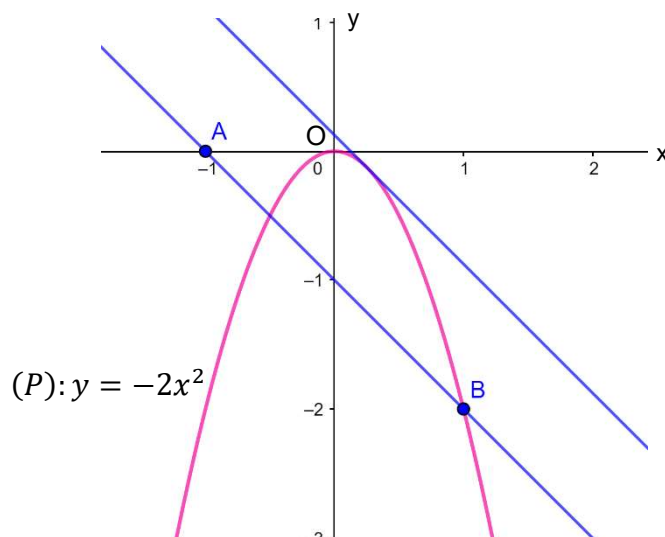
a. Vẽ đồ thị (P) và hai điểm $A; B$ trên cùng hệ trục tọa độ.

b. Viết phương trình đường thẳng (d) song song với AB và tiếp xúc (P) .

LỜI GIẢI

2a. Bảng giá trị (P) :

x	-2	-1	0	1	2
$y = -2x^2$	-8	-2	0	-2	-8



2b. Gọi (d') : $y = ax + b$ là phương trình đường thẳng qua hai điểm $A(-1; 0), B(1; -2)$.

Khi đó $\begin{cases} 0 = -a + b \\ -2 = a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow (d'): y = -x - 1$.

Phương trình đường thẳng $(d)/(d')$ có dạng $y = -x + c$ (c là hằng số)

Xét phương trình hoành độ giao điểm của $(P), (d)$: $-2x^2 = -x + c$ (*).

$(P), (d)$ tiếp xúc nhau $\Leftrightarrow$ phương trình (*) có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta = 1 - 4(-2)(-c) = 0 \Leftrightarrow c = \frac{1}{8}.$$

Vậy (d) : $y = -x + \frac{1}{8}$ là phương trình đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3. (1,0 điểm)

Cho phương trình bậc hai ẩn x , n là tham số: $nx^2 - 2(n+1)x + n = 0$.

a. Tìm n để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$.

b. Chứng minh rằng $|x_1 - x_2| \leq 2\sqrt{3}$ với mọi số n nguyên dương.

LỜI GIẢI

Phương trình $nx^2 - 2(n+1)x + n = 0$ (1) là phương trình bậc hai ẩn x nên $n \neq 0$.

3a. Biệt thức $\Delta' = (n+1)^2 - n^2 = 2n + 1$.

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 2n + 1 > 0 \Leftrightarrow n > -\frac{1}{2}.$$

Vậy với $n > -\frac{1}{2}$ và $n \neq 0$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$.

3b. Do n nguyên dương $\Rightarrow n \in \mathbb{N}^*$, tức là $n \geq 1$.

Từ câu 3a thấy với $n \geq 1$, phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$.

Theo hệ thức Vi-ét, ta có: $x_1 + x_2 = 2 + \frac{2}{n}$ và $x_1 x_2 = 1$.

$$\Rightarrow |x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} = \sqrt{\frac{4}{n^2} + \frac{8}{n}} \leq \sqrt{4 + 8} = 2\sqrt{3}.$$

Dấu “=” xảy ra khi $n = 1$.

Câu 4. (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại C ($AC > BC$), $BC = 2$. Biết rằng đường tròn (O) qua ba điểm A, B, M (M là trung điểm của BC) cắt AC tại L với BL là tia phân giác của góc ABC .

- Chứng minh $CA \cdot CL = 2$.
- Chứng minh $AB \cdot LC = BC \cdot LM$.
- Tính độ dài cạnh AB .

LỜI GIẢI

Xét $\triangle CML$ và $\triangle CAB$ có

$$\widehat{CLM} = \widehat{CBA} \text{ (Tứ giác } BMLA \text{ nội tiếp)}$$

$$\widehat{MCL} = \widehat{ACB} \text{ (góc chung)}$$

Nên hai tam giác CML, CAB đồng dạng.

$$\Rightarrow \frac{CM}{CA} = \frac{ML}{AB} = \frac{CL}{CB} \quad (1).$$

$$4a. M \text{ là trung điểm } BC \Rightarrow CM = \frac{1}{2}BC$$

$$\Rightarrow CM \cdot CB = \frac{1}{2}BC^2 = 2.$$

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow CL \cdot CA = CM \cdot CB = 2.$$

$$4b. \text{Từ (1)} \Rightarrow AB \cdot LC = BC \cdot LM.$$

$$4c. BL \text{ là tia phân giác } \widehat{ABC} \Rightarrow \widehat{MBL} = \widehat{ABL}$$

Mà B, M, L, A cùng thuộc một đường tròn nên $LM = LA$.

$$\text{Từ câu 4a} \Rightarrow LM = LA = AC - CL = AC - \frac{2}{AC}.$$

$$\text{Từ câu 4b} \Rightarrow AB = \frac{BC \cdot LM}{LC} = \frac{2 \cdot \left(AC - \frac{2}{AC}\right)}{\frac{2}{AC}} = \frac{\frac{2}{AC}(AC^2 - 2)}{\frac{2}{AC}} = AC^2 - 2.$$

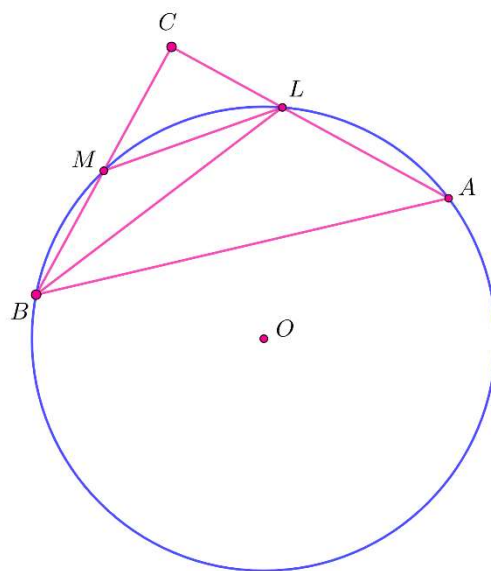
$$\triangle ABC \text{ vuông tại } C \Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2 = AC^2 + 4 = (AC^2 - 2) + 6 = AB + 6 \quad (2).$$

$$\text{Từ (2)} \Leftrightarrow (AB - 3)(AB + 2) = 0 \Rightarrow AB = 3 \text{ (vì } AB > 0).$$

Câu 5. (1,0 điểm)

Một nông dân thu hoạch 100 trái dưa lưới có khối lượng trung bình là 1,5 kg. Trong 100 trái này có các trái dưa lưới nặng hơn 1,5 kg có khối lượng trung bình là 1,73 kg, các trái dưa lưới nhẹ hơn 1,5 kg có khối lượng trung bình là 1,33 kg và các trái dưa lưới nặng đúng 1,5 kg.

- Tìm biểu thức liên hệ giữa số trái dưa lưới theo khối lượng của chúng.
- Có ít nhất bao nhiêu trái dưa lưới nặng đúng 1,5 kg ?



LỜI GIẢI

5a. Gọi x, y, z lần lượt là số quả dưa nặng hơn $1,5 \text{ kg}$; bằng $1,5 \text{ kg}$; nhẹ hơn $1,5 \text{ kg}$. (trong đó x, y, z là các số nguyên dương).

Khi đó ta có $1,73x + 1,5y + 1,33z = 1,5 \cdot 100 = 150$ (1).

5b. Theo cách gọi ở câu 5a $\Rightarrow x + y + z = 100 \Rightarrow 1,5x + 1,5y + 1,5z = 150$ (2).

Từ (1), (2) $\Rightarrow 0,23x - 0,17z = 0 \Leftrightarrow x = \frac{17}{23}z$.

Vì $(17, 23) = 1$ nên đặt $z = 23k$ ($k \in \mathbb{N}^*$) $\Rightarrow x = 17k$. Từ đó suy ra

$$y = 100 - x - z = 100 - 40k.$$

$$y \geq 0 \Rightarrow 100 - 40k \geq 0 \Leftrightarrow k \leq 2,5 \Rightarrow k = 1; 2 \Rightarrow \begin{cases} y = 60 \\ y = 20 \end{cases}$$

Vậy có ít nhất 20 trái dưa lưới nặng đúng $1,5 \text{ kg}$.

----- HẾT -----