

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

(Đề thi có 01 trang)

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+3}{5-\sqrt{x}} - \frac{2x+4\sqrt{x}-4}{x-4\sqrt{x}-5}$.

b) Cho Parabol (P): $y = mx^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x - m^2$ (m là tham số, $m > 0$).

Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B. Chứng minh rằng khi đó hai điểm A, B nằm bên phải trục tung.

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$.

Tính giá trị biểu thức: $P = \frac{a^{2021}}{b^{2021}} + \frac{b^{2022}}{c^{2022}} + \frac{c^{2023}}{a^{2023}}$.

b) Tìm các cặp số nguyên dương (x; y) thỏa mãn: $x^{2022} = y^{2022} - y^{1348} - y^{674} + 2$.

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx - y = 3 \\ 2x + my = 9 \end{cases}$ (m là tham số).

Tìm các giá trị nguyên của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất (x; y) sao cho biểu thức $A = 3x - y$ nhận giá trị nguyên.

b) Giải phương trình: $\sqrt{x+3} + \sqrt{2-x} - \sqrt{6-x-x^2} = 1$.

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn (O,R) đường kính AB. Đường thẳng d là tiếp tuyến của (O) tại B. Trên cung AB lấy điểm M (M khác A và B). Tia AM cắt đường thẳng d tại C. Gọi I là trung điểm của AM, tia IO cắt đường thẳng d tại N.

a) Chứng minh rằng tứ giác OBCI nội tiếp.

b) Chứng minh $AI \cdot IC = IO \cdot IN$.

c) Gọi E là hình chiếu của O trên AN. Chứng minh rằng: $\frac{AN \cdot CE}{CN} = 2R$

d) Xác định vị trí của điểm M để $2AM + AC$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $4a + 3b + 2c = 10$.

Chứng minh rằng: $\frac{3b+2c+15}{1+4a} + \frac{4a+2c+15}{1+3b} + \frac{4a+3b+15}{1+2c} \geq 15$

Hết

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.