

Bài 1: (1,5 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{x - \sqrt{x} + 2}{x - \sqrt{x} - 2} - \frac{x}{x - 2\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 2}$ với $x > 0, x \neq 1, x \neq 4$.

2. Tìm m để ba đường thẳng $(d_1): y = 2x + 1, (d_2): y = -x + 7$ và $(d_3): y = mx + m - 4$ đồng quy.

Bài 2: (1,5 điểm)

1. Chứng minh rằng $n^4 + 2n^3 - n^2 - 2n$ chia hết cho 24 với mọi số nguyên n .

2. Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho $25n^2 + 10n + 48$ là tích của hai số nguyên dương chẵn liên tiếp.

Bài 3: (2,5 điểm)

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - 2x - xy + 2y = 0 \\ x + y = xy - 5 \end{cases}$.

2. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1^2 - 2mx_1 + m^2)(x_2^2 - 2mx_2 + m^2) = 1$.

3. Cho bốn số thực a, b, c, d thỏa mãn $a + b + c + d = 10$ và $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 28$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = ab + ac + ad$.

Bài 4: (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O , bán kính R và hai điểm B, C cố định trên (O) , $BC = R$. Điểm A thay đổi trên cung lớn $\widehat{BC}$ của (O) sao cho $AB < AC$. Đường thẳng qua B và vuông góc với AC tại K cắt đường tròn (O) tại P (P khác B). Kẻ PQ vuông góc với đường thẳng BC tại Q . Tia phân giác trong của góc $\widehat{BAC}$ cắt cạnh BC tại D . Tiếp tuyến tại A của (O) cắt đường thẳng BC tại M .

a) Chứng minh $\widehat{ABK} = \widehat{KQP}$ và $\frac{MB}{MC} = \left(\frac{DB}{DC} \right)^2$.

b) Khi A đối xứng với C qua O , tính diện tích tứ giác $AMDO$ theo R .

c) Tia AD cắt đường tròn (O) tại E (khác A). Lấy điểm I trên đoạn thẳng AE sao cho $EI = EB$. Đường thẳng BI cắt đường tròn (O) tại L (khác B). Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với LE cắt đường thẳng LC tại F . Xác định vị trí điểm A để độ dài BF lớn nhất.

Bài 5: (1,0 điểm) Một số nguyên dương được gọi là “số đặc biệt” nếu nó thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

i) Các chữ số của nó đều khác 0.

ii) Số đó chia hết cho 12 và nếu đổi chỗ các chữ số của nó một cách tùy ý, ta vẫn thu được một số chia hết cho 12.

a) Chứng minh rằng một “số đặc biệt” chỉ có thể chứa các chữ số 4 và 8.

b) Có tất cả bao nhiêu “số đặc biệt” có 5 chữ số?

HẾT

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

LỜI GIẢI ĐỀ THI VÀO 10 CHUYÊN TOÁN TỈNH QUẢNG NGÃI 2022 – 2023

MATHCS – Toán THCS
Phan Huy Hào – Phạm Ngọc Tuấn

NGÀY 26 THÁNG 6 NĂM 2022

ĐỀ THI

Bài 1: (1,5 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{x - \sqrt{x} + 2}{x - \sqrt{x} - 2} - \frac{x}{x - 2\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 2}$ với $x > 0, x \neq 1, x \neq 4$.

2. Tìm m để ba đường thẳng $(d_1) : y = 2x + 1, (d_2) : y = -x + 7$ và $(d_3) : y = mx + m - 4$ đồng quy.

Bài 2: (1,5 điểm)

1. Chứng minh rằng $n^4 + 2n^3 - n^2 - 2n$ chia hết cho 24 với mọi số nguyên n .

2. Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho $25n^2 + 10n + 48$ là tích của hai số nguyên dương chẵn liên tiếp.

Bài 3: (2,5 điểm)

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 - 2x - xy + 2y = 0 \\ x + y = xy - 5 \end{cases}.$$

2. Cho phương trình $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 - 3 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1^2 - 2mx_1 + m^2)(x_2^2 - 2mx_2 + m^2) = 1$.

3. Cho bốn số thực a, b, c, d thỏa mãn $a + b + c + d = 10$ và $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 28$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = ab + ac + ad$.

Bài 4: (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O , bán kính R và hai điểm B, C cố định trên (O) , $BC = R$. Điểm A thay đổi trên cung lớn BC của (O) sao cho $AB < AC$. Đường thẳng qua B và vuông góc với AC tại K cắt đường tròn (O) tại P (P khác B). Kẻ PQ vuông góc với đường thẳng BC tại Q . Tia phân giác trong của góc $\widehat{BAC}$ cắt cạnh BC tại D . Tiếp tuyến tại A của (O) cắt đường thẳng BC tại M .

a) Chứng minh $\widehat{ABK} = \widehat{KQP}$ và $\frac{MB}{MC} = \left(\frac{DB}{DC} \right)^2$.

b) Khi A đối xứng với C qua O , tính diện tích tứ giác $AMDO$ theo R .

c) Tia AD cắt đường tròn (O) tại E (khác A). Lấy điểm I trên đoạn thẳng AE sao cho $EI = EB$. Đường thẳng BI cắt đường tròn (O) tại L (khác B). Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với LE cắt đường thẳng LC tại F . Xác định vị trí điểm A để độ dài BF lớn nhất.

Bài 5: (1,0 điểm) Một số nguyên dương được gọi là "số đặc biệt" nếu nó thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

i) Các chữ số của nó đều khác 0.

- ii) Số đó chia hết cho 12 và nếu đổi chỗ các chữ số của nó một cách tùy ý, ta vẫn thu được một số chia hết cho 12 .
- a) Chứng minh rằng một "**số đặc biệt**" chỉ có thể chứa các chữ số 4 và 8 .
- b) Có tất cả bao nhiêu "**số đặc biệt**" có 5 chữ số?

LỜI GIẢI

Bài 1 1. Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{x - \sqrt{x} + 2}{x - \sqrt{x} - 2} - \frac{x}{x - 2\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 2}$.

2. Tìm m để ba đường thẳng $(d_1) : y = 2x + 1$, $(d_2) : y = -x + 7$ và $(d_3) : y = mx + m - 4$ đồng quy.

1,5 điểm

 Lời giải.

1. Điều kiện xác định: $x > 0; x \neq 1; x \neq 4$.

$$\text{Ta có } P = \frac{(x - \sqrt{x} + 2)(x - 2\sqrt{x}) - (x - \sqrt{x} - 2)x}{(x - \sqrt{x} - 2)(x - 2\sqrt{x})} \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1}$$

$$= \frac{-2\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 2)^2} \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} = \frac{2}{1 - \sqrt{x}}$$

2. Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d_1) và (d_2) ta có:

$$2x + 1 = -x + 7 \Leftrightarrow 3x = 6$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow y = 5$$

Để (d_1) , (d_2) và (d_3) đồng quy thì $(d_3) : y = mx + m - 4$ phải đi qua điểm $(2; 5)$, khi đó:

$$5 = 2m + m - 4 \Leftrightarrow m = 3$$

Vậy $m = 3$ thì (d_1) , (d_2) và (d_3) đồng quy. ■

- Bài 2** 1. Chứng minh rằng $n^4 + 2n^3 - n^2 - 2n$ chia hết cho 24 với mọi số nguyên n .
2. Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho $25n^2 + 10n + 48$ là tích của hai số nguyên dương chẵn liên tiếp.

1,5 điểm

 Lời giải.

1. Ta có: $n^4 + 2n^3 - n^2 - 2n = (n^3 - n)(n + 2) = (n - 1)n(n + 1)(n + 2)$.

Ta thấy $(n - 1)n(n + 1)(n + 2)$ là tích bốn số nguyên liên tiếp nên sẽ chứa một số chia hết cho 2 và một số chia hết cho 4, từ đó suy ra tích bốn số nguyên liên tiếp chia hết cho 8.

Đồng thời, trong bốn số nguyên liên tiếp luôn chứa tích của ba số nguyên liên tiếp, đồng nghĩa với việc tích bốn số nguyên liên tiếp chia hết cho 3.

Mà $(3, 8) = 1$, hay 3 và 8 là hai số nguyên tố cùng nhau.

Vì vậy, tích bốn số nguyên liên tiếp sẽ chia hết cho $3 \cdot 8$ hay 24 (đpcm).

Vậy $n^4 + 2n^3 - n^2 - 2n$ chia hết cho 24 với mọi số nguyên n .

2. Gọi hai số chẵn liên tiếp lần lượt là $2k$ và $2k + 2$ với $k \in \mathbb{Z}^+$.

Theo đề bài, ta có phương trình sau

$$\begin{aligned} 25n^2 + 10n + 48 &= 2k(2k + 2) \\ \Leftrightarrow 5n(5n + 2) + 48 &= 4k(k + 1) \end{aligned} \quad (1)$$

Vì $k(k + 1)$ là tích hai số nguyên liên tiếp nên $2 \mid k(k + 1)$ hay $8 \mid 4k(k + 1)$.

Suy ra $8 \mid 5n(5n + 2) + 48$ mà $8 \mid 48$ nên ta có $8 \mid 5n(5n + 2)$, mà $5n$ và $5n + 2$ cách nhau hai đơn vị nên cùng chẵn hoặc cùng lẻ, nên để chia hết cho 8 thì chỉ có thể là cùng chẵn.

Do đó $5n$ chẵn hay n chẵn.

Đặt $n = 2m$ ($m \in \mathbb{Z}^+$). Từ đó ta có (1) tương đương với

$$\begin{aligned} 10m(10m + 2) + 48 &= 4k(k + 1) \\ \Leftrightarrow 5m(5m + 1) + 12 &= k(k + 1) \\ \Leftrightarrow 25m^2 + 5m + 12 &= k^2 + k \\ \Leftrightarrow (5m - k)(5m + k) + (5m - k) + 12 &= 0 \\ \Leftrightarrow (5m - k)(5m + k + 1) &= -12 \end{aligned}$$

Vì $5m - k < 5m + k + 1$ nên ta có các trường hợp sau

$$1) \begin{cases} 5m - k = -4 \\ 5m + k + 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{5} \text{ (loại)} \\ k = 3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 5m - k = -2 \\ 5m + k + 1 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{3}{10} \text{ (loại)} \\ k = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 5m - k = -1 \\ 5m + k + 1 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \text{ (nhận)} \\ k = 6 \end{cases}$$

Trong ba trường hợp chỉ có trường hợp 3 thỏa mãn, do đó $n = 2m = 2$.

Vậy $n = 2$ thì $25n^2 + 10n + 48$ là tích của hai số nguyên dương chẵn liên tiếp. ■

Bài 3 1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - 2x - xy + 2y = 0 \\ x + y = xy - 5 \end{cases}$

2. Cho phương trình $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 - 3 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1^2 - 2mx_1 + m^2)(x_2^2 - 2mx_2 + m^2) = 1$.

3. Cho bốn số thực a, b, c, d thỏa mãn $a + b + c + d = 10$ và $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 28$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = ab + ac + ad$.

2,5 điểm

✎ Lời giải.

1. $\begin{cases} x^2 - 2x - xy + 2y = 0 \quad (1) \\ x + y - xy = 5 \quad (2) \end{cases}$

Xét phương trình (1), ta thấy: $x^2 - 2x - xy + 2y = 0$

$$\Leftrightarrow (x - y)(x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x = 2 \end{cases}$$

Từ đây ta xét các trường hợp sau.

① **Trường hợp 1.** Với $x = y$, thế vào phương trình (2), ta được

$$2x = x^2 - 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x = y = 1 + \sqrt{6} \\ x = y = 1 - \sqrt{6} \end{cases}.$$

② **Trường hợp 2.** Với $x = 2$, ta cũng thế vào phương trình (2) tìm y :

$$2 + y = 2y - 5 \Leftrightarrow y = 7.$$

Vậy hệ phương trình có tập nghiệm là: $(x; y) = \{(1 - \sqrt{6}; 1 - \sqrt{6}); (1 + \sqrt{6}; 1 + \sqrt{6}); (2; 7)\}$

2. Ta có $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 - 3 = 0$ (1)

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thì $\Delta'_{(1)} = -2m + 4 > 0 \Leftrightarrow m < 2$.

Theo hệ thức Viète ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m - 1) \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 - 3 \end{cases}$

Vì x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình nên ta có:

$$\begin{cases} x_1^2 - 2(m - 1)x_1 + m^2 - 3 = 0 \\ x_2^2 - 2(m - 1)x_2 + m^2 - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1^2 - 2mx_1 + m^2 = 3 - 2x_1 \\ x_2^2 - 2mx_2 + m^2 = 3 - 2x_2 \end{cases}$$

Theo đề bài, ta có:

$$(x_1^2 - 2mx_1 + m^2)(x_2^2 - 2mx_2 + m^2) = 1$$

$$\Leftrightarrow (3 - 2x_1)(3 - 2x_2) = 1$$

$$\Leftrightarrow 8 - 6(x_1 + x_2) + 4x_1x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 8 - 12(m - 1) + 4(m^2 - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m - 1)(m - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \text{ (nhận)} \\ m = 2 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy với $m = 1$ thì thỏa mãn yêu cầu đề bài.

3. Xét $b^2 + c^2 + d^2$, áp dụng bất đẳng thức Cauchy – Schwartz, ta được:

$$(b + c + d)^2 \leq 3(b^2 + c^2 + d^2) \quad (\text{Dấu "=" xảy ra khi } b = c = d)$$

$$\Leftrightarrow (10 - a)^2 \leq 3(28 - a^2)$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 5a + 4 = (a - 1)(a - 4) \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq a \leq 4$$

Mặt khác, ta thấy $T = ab + ac + ad = a(b + c + d) = a(10 - a) = 10a - a^2$

$$= (10a - a^2 - 24) + 24 = (a - 4)(6 - a) + 24$$

$$\leq (4 - 4)(6 - 1) + 24 = 24 \quad (\text{Dấu "=" xảy ra khi } a = 4).$$

Vậy $T_{\max} = 24$ khi $a = 4; b = c = d = 2$. ■

Bài 4 Cho đường tròn tâm O , bán kính R và hai điểm B, C cố định trên (O) , $BC = R$. Điểm A thay đổi trên cung lớn BC của (O) sao cho $AB < AC$. Đường thẳng qua B và vuông góc với AC tại K cắt đường tròn (O) tại P (P khác B). Kẻ PQ vuông góc với đường thẳng BC tại Q . Tia phân giác trong của góc $\widehat{BAC}$ cắt cạnh BC tại D . Tiếp tuyến tại A của (O) cắt đường thẳng BC tại M .

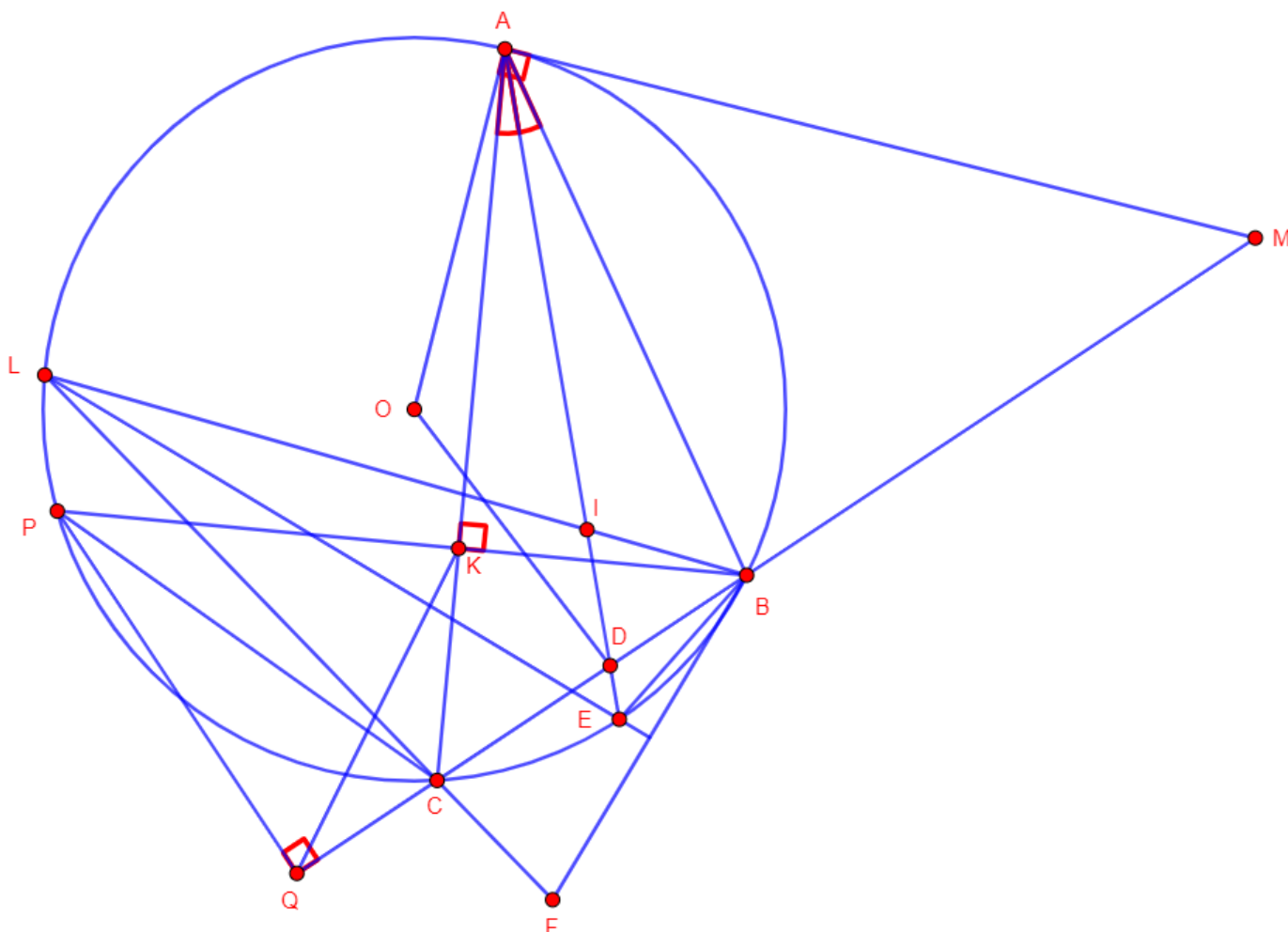
a) Chứng minh $\widehat{ABK} = \widehat{KQP}$ và $\frac{MB}{MC} = \left(\frac{DB}{DC}\right)^2$.

b) Khi A đối xứng với C qua O , tính diện tích tứ giác $AMDO$ theo R .

c) Tia AD cắt đường tròn (O) tại E (khác A). Lấy điểm I trên đoạn thẳng AE sao cho $EI = EB$. Đường thẳng BI cắt đường tròn (O) tại L (khác B). Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với LE cắt đường thẳng LC tại F . Xác định vị trí điểm A để độ dài BF lớn nhất.

3,5 điểm

Lời giải.



a)

✓ Ta có $PQ \perp QC$ và $PK \perp KC$ (giả thiết) nên tứ giác $PQCK$ nội tiếp.

Suy ra $\widehat{KQP} = \widehat{PCK}$ (cùng chắn cung PK) (1)

Ta thấy tứ giác $ABCP$ nội tiếp ($O; R$) nên $\widehat{ABP} = \widehat{ACP}$ (cùng chắn cung AP) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{KQP} = \widehat{ABK}$ ($= \widehat{PCK}$) (đpcm).

✓ Để chứng minh $\triangle MAB \sim \triangle MCA$ (g.g) nên ta có :

$$\frac{MA}{MC} = \frac{AB}{AC} \Leftrightarrow \frac{MA^2}{MC^2} = \frac{AB^2}{AC^2} \Leftrightarrow \frac{MB \cdot MC}{MC^2} = \frac{DB^2}{DC^2} \Leftrightarrow \frac{MB}{MC} = \left(\frac{DB}{DC}\right)^2.$$

Bài toán được chứng minh.

b) Khi A đối xứng với C qua O thì AC là đường kính của (O) , do đó ta có

$$AC = 2R, \quad AO = OC = CB = R.$$

Áp dụng định lý Pytago vào $\triangle ACB$ vuông tại B ta có

$$AB = \sqrt{AC^2 - CB^2} = \sqrt{4R^2 - R^2} = R\sqrt{3}.$$

Đồng thời $AC = 2R = 2BC \Rightarrow \widehat{ACB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{MAB} = 60^\circ$ (cùng phụ $\widehat{BAC}$).

Biến đổi các tỷ lệ thức, ta có.

$$\begin{aligned} \frac{AB}{AC} &= \frac{DB}{DC} \Leftrightarrow \frac{AB + AC}{AC} = \frac{BC}{DC} \\ &\Leftrightarrow \frac{R\sqrt{3} + 2R}{2R} = \frac{BC}{DC} \\ &\Leftrightarrow \frac{DC}{BC} = \frac{2}{\sqrt{3} + 2} = 4 - 2\sqrt{3} \\ &\Leftrightarrow DC = R(4 - 2\sqrt{3}). \end{aligned}$$

Gọi DN là đường cao trong $\triangle COD$ ($N \in OC$). Ta biến đổi diện tích như sau:

$$\begin{aligned} S_{AMDO} &= S_{AMB} + S_{ABDO} = \frac{AB \cdot MB}{2} + S_{ABC} - S_{ODC} \\ &= \frac{AB^2 \cdot \tan \widehat{MAB}}{2} + \frac{AB \cdot BC}{2} - \frac{DN \cdot OC}{2} \\ &= \frac{3R^2 \cdot \tan 60^\circ}{2} + \frac{R^2 \sqrt{3}}{2} - \frac{\sin \widehat{DCN} \cdot DC \cdot R}{2} \\ &= \frac{3\sqrt{3}R^2}{2} + \frac{R^2 \sqrt{3}}{2} - \frac{\sin 60^\circ \cdot R(4 - 2\sqrt{3}) \cdot R}{2} = \frac{2\sqrt{3} + 3}{2} R^2. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } S_{AMDO} = \frac{2\sqrt{3} + 3}{2} R^2.$$

c) Ta có $\widehat{BAE} = \widehat{BLE}$ (cùng chắn cung EB), $\widehat{EAC} = \widehat{ELC}$ (cùng chắn cung EC).

Mà $\widehat{BAE} = \widehat{EAC}$ (AE là phân giác $\widehat{BAC}$) nên $\widehat{BLE} = \widehat{ELC}$ và $EB = EC$. (1)

Do đó LE là phân giác $\widehat{BLF}$ mà theo giả thiết ta có LE vuông góc BF .

Từ đây ta được LE là đường trung trực BF hay $EB = EF$. (2)

Từ (1) và (2) và giả thiết $EI = EB$ ta được $EB = EI = EC = EF$.

Do đó 4 điểm B, I, C, F nội tiếp đường tròn $(E; EB)$ nên BF là dây cung của $(E; EB)$.

Vì vậy để BF đạt giá trị lớn nhất thì BF là đường kính của $(E; EB)$.

Điều này xảy ra khi và chỉ khi BP là đường kính của $(O; R)$.

Khi đó K thuộc OB , mà $\widehat{AKB} = 90^\circ$ (giả thiết) nên $OB \perp AC$. (3)

Xét $(O; R)$ ta thấy AC là dây cung không đi qua O , vậy nên K là trung điểm AC . (4)

Từ (3) và (4) suy ra B là điểm nằm chính giữa cung AC hay $AB = BC$.

Vậy với $AB = BC$ hay B là điểm chính giữa cung AC thì BF đạt giá trị lớn nhất. ■

Bài 5 Một số nguyên dương được gọi là "**số đặc biệt**" nếu nó thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

- i) Các chữ số của nó đều khác 0 .
- ii) Số đó chia hết cho 12 và nếu đổi chỗ các chữ số của nó một cách tùy ý, ta vẫn thu được một số chia hết cho 12 .
- a) Chứng minh rằng một "**số đặc biệt**" chỉ có thể chứa các chữ số 4 và 8 .
- b) Có tất cả bao nhiêu "**số đặc biệt**" có 5 chữ số?

1,0 điểm

 Lời giải.

Lời giải của Nguyễn Nhất Huy

a) Vì "**số đặc biệt**" nên nó sẽ chia hết cho 3 và 4.

Ta thấy rằng một số khi đổi các chữ số cho nhau mà chia hết cho 4 thì các chữ số ấy phải là số chẵn, mà "**số đặc biệt**" có các chữ số $\neq 0$ nên các chữ số của nó thuộc $\{2; 4; 6; 8\}$. (1)

Từ các số 2; 4; 6; 8, ta lập các số có hai chữ số sao cho khi đổi chỗ các chữ số cho nhau thì chúng vẫn chia hết cho 4, ta thấy chỉ lập được duy nhất một số thỏa mãn là số 48. (2)

Từ (1) và (2) suy ra ta chỉ lập được "**số đặc biệt**" từ số 4 và 8 (đpcm).

b) Ta thấy "**số đặc biệt**" chỉ chứa số 4 và 8 nên ta đặt x là số chữ số 4 còn y là số chữ số 8 để tạo nên "**số đặc biệt**" có năm chữ số. ($x, y \in \mathbb{Z}^+; 1 \leq x, y \leq 4$).

Đồng thời, ta suy ra được phương trình nghiệm nguyên: $x + y = 5$.

Cũng từ phương trình trên, ta tìm được các cặp số nguyên (x, y) là $(1, 4); (2, 3); (3, 2); (4, 1)$.

Vì "**số đặc biệt**" chia hết cho 3 nên tổng các chữ số của chúng cũng chia hết cho 3 hay:

$$3 \mid (4x + 8y) \Leftrightarrow 3 \mid (3x + 9y) + (x - y)$$

Mà $3 \mid (3x + 9y)$ nên $3 \mid (x - y)$. Từ đây dễ thu được cặp (x, y) duy nhất là $(1, 4)$ và $(4, 1)$. Ta xét các trường hợp.

① **Trường hợp 1.** Với $x = 1$ và $y = 4$ thì "**số đặc biệt**" được tạo từ một số 4 và bốn số 8, các "**số đặc biệt**" đó là: 48888; 84888; 88488; 88848; 88884 (5 số).

② **Trường hợp 2.** Với $x = 4$ và $y = 1$ thì "**số đặc biệt**" được tạo từ một số 8 và bốn số 4, các "**số đặc biệt**" đó là: 44448; 44484; 44844; 48444; 84444 (5 số).

Từ 2 trường hợp trên, số các số cần tìm là: $5 + 5 = 10$ (số).

Vậy ta tìm được tất cả 10 "**số đặc biệt**" có năm chữ số.

