

Bài 1 : (4 điểm)

a/ Cho $a+b+c = 0$. Chứng minh rằng : $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

b/ Cho biểu thức $A = (x - 1)(x + 2)(x + 3)(x + 6)$. Tìm giá trị của x để biểu thức A đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 2 : (4 điểm)

Cho $B = 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{29} + 2^{30}$. Chứng minh rằng B chia hết cho 21.

Bài 3 : (4 điểm)

Cho biểu thức : $A = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}\right) : \left(\frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} + 2}{3 - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x} + 2}{x - 5\sqrt{x} + 6}\right)$ Với : $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$

a/ Rút gọn A

b/ Tìm các giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Bài 4 : (4 điểm)

Cho hình bình hành $ABCD$ có $DC = 2AD$, từ trung điểm I của cạnh CD vẽ HI vuông góc với AB (H thuộc AB). Gọi E là giao điểm của AI và DH . Chứng minh rằng :

a/ $\frac{DE}{HE} = \frac{DA}{HA}$ (2 điểm)

b/ $\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{IA^2} + \frac{1}{IB^2}$ (2 điểm)

Bài 5 : (4 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A có AD là phân giác, biết $BD = 3\frac{14}{17}$ cm, $CD = 9\frac{3}{17}$ cm. Tính độ dài các cạnh góc vuông của tam giác.

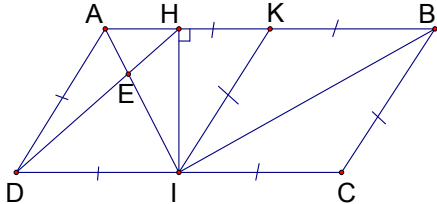
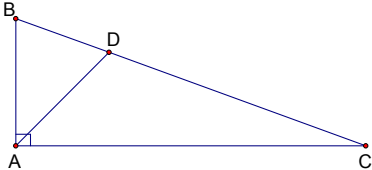
HẾT

(Đề thi gồm có 01 trang)

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....;Số báo danh:.....

Câu	Lời giải	Điểm
1	a/ Cho $a+b+c = 0$. Chứng minh rằng : $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$	
	Giải: Ta có $a^3 + b^3 + c^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) + c^3$	0,5đ
	$= (a+b+c)^3 - 3c(a+b)(a+b+c) - 3ab(a+b)$	0,5đ
	Do $a+b+c = 0$ nên $a+b = -c$	0,5đ
	Suy ra : $a^3 + b^3 + c^3 = (-c+c)^3 - 3c(-c)(-c+c) - 3ab(-c) = 3abc$	0,5đ
2	Vậy : $a^3 + b^3 + c^3 = abc$	
	b/ Cho biểu thức $A = (x - 1)(x + 2)(x + 3)(x + 6)$. Tìm giá trị của x để biểu thức A đạt giá trị nhỏ nhất.	
	Ta có $A = (x-1)(x+6)(x+3)(x+2) = (x^2+5x-6)(x^2+5x+6) = (x^2+5x)^2 - 36$	0,5đ
	Vậy : $A \geq 36$ với mọi x	0,5đ
	Suy ra : $\text{Min}A = 36$ Khi $(x^2 + 5x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -5 \end{cases}$	0,5đ
3	Cho $B = 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{29} + 2^{30}$. Chứng minh rằng B chia hết cho 21.	
	Ta có : $B = (2+2^2)+(2^3+2^4)+ \dots +(2^{29}+2^{30})$	0,5đ
	$= 2(1+2)+2^3(1+2)+ \dots +2^{29}(1+2)$	0,5đ
	$= 3(2+2^3+ \dots +2^{29})$	0,5đ
	Suy ra B chia hết cho 3	
3	Ta lại có : $B = (2+2^2+2^3)+(2^4+2^5+2^6)+ \dots +(2^{28}+2^{29}+2^{30})$	0,5đ
	$= 2(1+2+2^2)+2^4(1+2+2^2)+ \dots +2^{28}(1+2+2^2)$	0,5đ
	$= 7(2+2^4+ \dots +2^{28})$	0,5đ
	Suy ra B chia hết cho 7	
	Mà $\text{UO7LN}(3;7) = 1$	0,5đ
3	Suy ra B chia hết cho 21	0,5đ
	a/ Rút gọn A	
	$A = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}\right)$	1,0đ
	$= \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}\right)$	1,0đ
	$= \left(\frac{1+\sqrt{x}-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}\right)$	0,5đ
3	$= \frac{1}{1+\sqrt{x}} : \frac{x-9-x+4+\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} = \frac{1}{1+\sqrt{x}} \cdot \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$	0,5đ
	b/ Tìm các giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.	0,5đ
	Ta có : $A = \frac{\sqrt{x}-2}{1+\sqrt{x}} = 1 - \frac{3}{\sqrt{x}+1}$	0,5đ
	A nhận giá trị nguyên khi $\sqrt{x}+1$ nhận các giá trị là ước của 3 . Vậy :	
	$\sqrt{x}+1 = 1 \Leftrightarrow x = 0$	
3	$\sqrt{x}+1 = -1 \Leftrightarrow \sqrt{x} = -2$ Vô nghiệm	
	$\sqrt{x}+1 = 3 \Leftrightarrow x = 4$ (Loại vì không thỏa điều kiện)	
	$\sqrt{x}+1 = -3 \Leftrightarrow \sqrt{x} = -4$ Vô nghiệm	
	Vậy khi $x = 0$ thì A nhận giá trị nguyên là -2	

4		Hình vẽ 0,5đ
	a/ Chứng minh : $\frac{DE}{HE} = \frac{DA}{HA}$ Gọi K là trung điểm AB Ta có : $AK = DI$ và $KH \parallel DI$ (vì ABCD là hình bình hành) Nên IDAK là hình bình hành, mà $ID = AD = \frac{1}{2} DC$ Do đó IDAK là hình thoi , nên AI là phân giác góc HAD Hay trong tam giác HAD có AE là phân giác nên : $\frac{DE}{HE} = \frac{DA}{HA}$ b/ Chứng minh : $\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{IA^2} + \frac{1}{IB^2}$ Chứng minh tương tự câu a ta có tứ giác KBCI là hình thoi Nên : IB và IA là hai tia phân giác của hai góc kề bù $\widehat{DIK}$ và $\widehat{KIB}$ Do đó $IB \perp IA$ Vậy trong tam giác AIB vuông tại I có IH là đường cao Nên : $\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{IA^2} + \frac{1}{IB^2}$	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ
5	 Ta có : $BC = BD + CD = 13$ AD ĐL Pytago vào $\triangle ABC : \hat{A} = 90^\circ$ ta có: $AB^2 + AC^2 = BC^2$ AD t/c đường p/g vào $\triangle ABC$ với p/g AD ta có: $\frac{BD}{AB} = \frac{CD}{AC} \Rightarrow \frac{BD^2}{AB^2} = \frac{CD^2}{AC^2}$ $= \frac{BD^2 + CD^2}{AB^2 + AC^2} = \frac{BD^2 + CD^2}{BC^2}$ Do đó: $AB = \sqrt{\frac{BD^2 \cdot BC^2}{BD^2 + CD^2}} = \frac{65}{13} = 5$ $AC = \sqrt{\frac{CD^2 \cdot BC^2}{BD^2 + CD^2}} = \frac{156}{13} = 12$	0,5đ 0,5đ 0,5đ 1,0đ 0,5đ 0,5đ