

ĐỀ BÀI

Bài 1. (2 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{2}{\sqrt{x}+2} + \frac{2}{\sqrt{x}-2}$ với $x > 0; x \neq 4$.

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.
- Rút gọn biểu thức B.
- Tìm các giá trị nguyên của x để khi $B : A > \frac{1}{4}$.

Bài 2.(2 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

- $\sqrt{2x-1} = \sqrt{5}$
- $6\sqrt{x-5} + \sqrt{9x-45} - 2\sqrt{4x-20} = 25$
- $\sqrt{9x^2-6x+1} = 2$
- $\begin{cases} 2x-y=1 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$

Bài 3.(2 điểm) Cho hàm số bậc nhất : $y = (m-2)x + 3$ với m là tham số.

- Tìm m để hàm số đồng biến.
- Vẽ đồ thị hàm số trên khi $m = 3$.
- Tính diện tích của tam giác giới hạn bởi đồ thị vừa vẽ ở câu b và hai trục tọa độ.

Bài 4.(3,5 điểm) Cho (O;R), từ điểm S ở ngoài đường tròn (O; R) sao cho $OS = 2R$, kẻ hai tiếp tuyến SA, SB với đường tròn (A, B là tiếp điểm), gọi H là giao điểm của SO và AB.

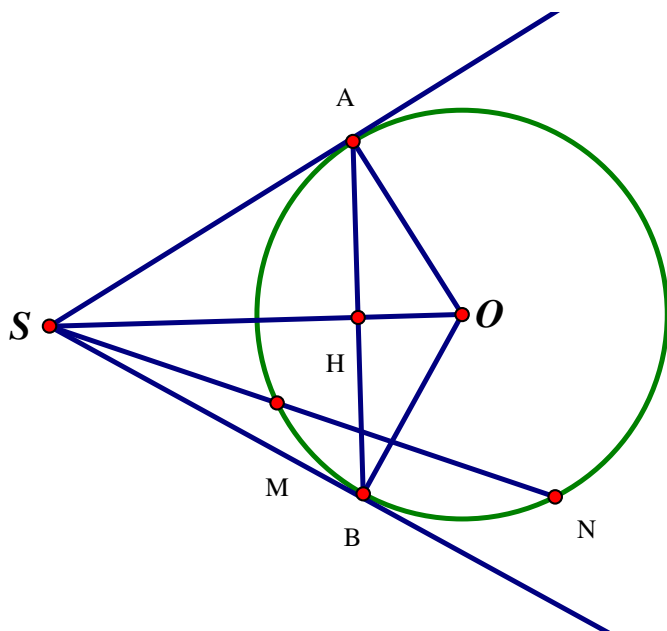
- Chứng minh: $SO \perp AB$.
- Chứng minh: $OH.OS = R^2$.
- Chứng minh: ΔSBA đều.
- Vẽ cát tuyến SMN của (O;R), xác định vị trí của cát tuyến SMN để $SM + SN$ đạt giá trị nhỏ nhất.

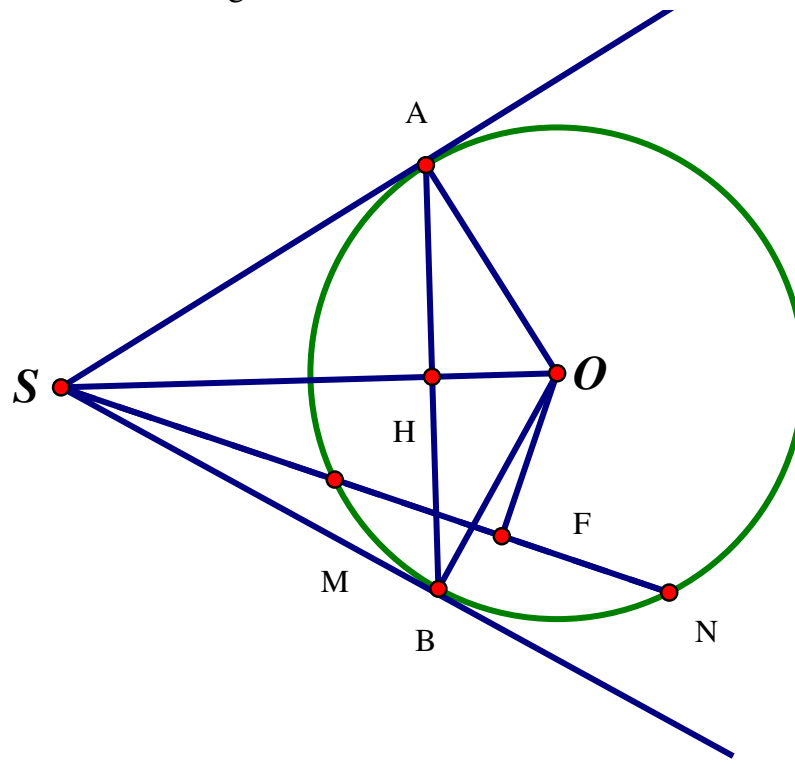
Bài 5.(0,5 điểm) Tìm a,b > 0 sao cho:

$$\left(a^2 + b + \frac{3}{4}\right)\left(b^2 + a + \frac{3}{4}\right) - \left(2a + \frac{1}{2}\right)\left(2b + \frac{1}{2}\right) = 0$$

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Bài	Đáp án	Biểu điểm
Bài 1 (2 đ).	a) ĐK $x \geq 0, x \neq 4$ Khi $x = 16$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta có: $A = \frac{4 \cdot \sqrt{16}}{\sqrt{16} - 2} = \frac{4 \cdot 4}{4 - 2} = 8.$ b) $B = \left(\frac{2}{\sqrt{x} + 2} + \frac{2}{\sqrt{x} - 2} \right)$ $B = \frac{2(\sqrt{x} - 2) + 2(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)}$ $B = \frac{4\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} \text{ ĐK } x \geq 0, x \neq 4$ c) $P = \frac{4\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{4\sqrt{x}} \text{ ĐK } x > 0, x \neq 4$ $P = \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$ $P > \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x} + 2} > \frac{1}{4}$ $\Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} > 0$ (vì $\sqrt{x} + 2 > 0$) $\Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x < 4.$ Vì $x > 0, x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{1; 2; 3\}$	0,25 0,25 0,25 0,5 0,25 0,25 0,25
Bài 2 (2đ):	a)ĐK: $x \geq \frac{1}{2}$ $\sqrt{2x-1} = \sqrt{5} \Leftrightarrow 2x - 1 = 5$ $\Leftrightarrow x = 3$ Kết hợp ĐK: $x=3$	0,25 0,25

	b) $6\sqrt{x-5} + \sqrt{9x-45} - 2\sqrt{4x-20} = 25$ (*) (ĐK: $x \geq 5$) (*) $\Leftrightarrow 6\sqrt{x-5} + 3\sqrt{x-5} - 4\sqrt{x-5} = 25$ $\Leftrightarrow 5\sqrt{x-5} = 25 \Leftrightarrow \sqrt{x-5} = 5 \Leftrightarrow x-5 = 25 \Leftrightarrow x = 30$ (nhận) Vậy tập nghiệm phương trình: $S = \{30\}$. c) $\sqrt{9x^2 - 6x + 1} = 2$ $\Leftrightarrow \sqrt{(3x-1)^2} = 2$ Tìm đúng $x = 1$; $x = -1/3$ d) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x + 1 \\ 3x - 2(2x + 1) = 5 \end{cases}$ $\Leftrightarrow (x; y) = (-3; -7)$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
	a) ĐK: $m \neq 2$. Để hàm số là hàm đồng biến thì $m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$	0,25 0,25
	b) Thay $m = 3$ vào hàm số ta có $y = x + 3$ Vẽ được đồ thị	0,25 0,5
Bài 3 (2 đ):	c) Tính được tọa độ giao điểm của đường thẳng với 2 trục Tính được độ dài 2 cạnh Tính được diện tích tam giác : 4,5(đvdt)	0,25 0,25 0,25
Bài 4 (3,5đ)	Nếu hình vẽ sai thì không chấm điểm bài hình 	0,25
	ΔAOB cân ($OA = OB = R$), có OH là phân giác (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)	0,5

	Nên OH cũng là đường cao $\rightarrow OH \perp AB$ b) ΔSAO vuông tại A (SA là tiếp tuyến của (O) tại A), AH là đường cao $OH.OS = OA^2 = R^2$	0,25 0,25 0,5
	c/ Chứng minh tam giác SAB đều. ΔSAO vuông tại A (định lí tiếp tuyến) $\rightarrow \sin \widehat{ASO} = \frac{OA}{OS} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$ $\rightarrow \widehat{ASO} = 30^\circ$ Theo tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau. Ta có : $\widehat{ASB} = 2.\widehat{ASO} = 60^\circ$ Mà ΔSAB cân ($SA = SB$) $\rightarrow \Delta SAB$ đều	0,25 0,25 0,25 0,25
	d./ Xác định vị trí của cát tuyến SMN để $SM + SN$ đạt giá trị nhỏ nhất, tính giá trị nhỏ nhất đó theo R  Gọi F là trung điểm của MN. Ta có $SM + SN = SF - MF + SF + FN = 2.SF$ $SF^2 = SO^2 - OF^2 = (2R)^2 - OF^2 = 4R^2 - OF^2$ Mà $OF \leq R \Leftrightarrow OF^2 \leq R^2$ Do đó $SF^2 = 4R^2 - OF^2 \geq 4R^2 - R^2 = 3R^2$ $\Leftrightarrow SF \geq R\sqrt{3} \Leftrightarrow SM + SN \geq 2R\sqrt{3}$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow OF = R \Leftrightarrow$ cát tuyến SMN trùng với tiếp tuyến SA hoặc SB. Vậy $(SM + SN)_{\min} = 2R\sqrt{3}$	0,25 0,25 0,25
Bài 5	Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số không âm	

(0,5 đ)	$a^2 + \frac{1}{4} \geq a \text{ suy ra } a^2 + b + \frac{3}{4} \geq a + b + \frac{1}{2} > 0$ Tương tự ta có $b^2 + a + \frac{3}{4} \geq b + a + \frac{1}{2} > 0$ $\text{Suy ra } \left(a^2 + b + \frac{3}{4}\right) \cdot \left(b^2 + a + \frac{3}{4}\right) \geq \left(a + b + \frac{1}{2}\right)^2$ Dấu “=” xảy ra khi $a = b = \frac{1}{2}$ $\text{Tương tự ta có } \sqrt{\left(2a + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(2b + \frac{1}{2}\right)} \leq \frac{1}{2} \left(2a + \frac{1}{2} + 2b + \frac{1}{2}\right)$ $\Rightarrow \left(2a + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(2b + \frac{1}{2}\right) \leq \left(a + b + \frac{1}{2}\right)^2$ Dấu “=” xảy ra tại $2a + \frac{1}{2} = 2b + \frac{1}{2}$ hay $a = b$. Vậy $\left(a^2 + b + \frac{3}{4}\right) \left(b^2 + a + \frac{3}{4}\right) = \left(2a + \frac{1}{2}\right) \left(2b + \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{2}$	0,25 0.25
	Chú ý: Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.	

