

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

(Đề thi gồm 01 trang)

**Đề bài**

**Câu 1: (4.0 điểm):** Cho biểu thức

$$A = \left( \frac{1}{1-x} + \frac{2}{x+1} - \frac{5-x}{1-x^2} \right) : \frac{1-2x}{x^2-1}$$

- Tìm ĐKXD, rút gọn biểu thức A
- Tìm x để A có giá trị nguyên

**Câu 2: (2.0 điểm):** Phân tích đa thức sau thành nhân tử

- $x^2 - 6x + 8$
- $x^3 - 3x^2 - 16x + 48$

**Câu 3. (4.0 điểm)**

- Chứng minh  $n^3 - n$  chia hết cho 6 ( $n \in \mathbb{Z}$ )
- Tìm a, b để  $A(x) = 2x^3 + 7x^2 + ax + b$  chia hết cho  $B(x) = x^2 + x - 1$

**Câu 4. (4.0 điểm)**

- Cho  $x - y = 7$ . Tính giá trị của biểu thức  $x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 5y + 6$
- Chứng minh:  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$  với mọi a,b,c

**Câu 5. (6.0 điểm):** Cho tam giác ABC vuông tại A. M,N,P lần lượt là trung điểm của AB,AC,BC.

- Chứng minh rằng: Tứ giác BMNP là hình bình hành.
- Chứng minh rằng: Tứ giác AMPN là hình chữ nhật.
- Vẽ Q đối xứng với P qua N, R đối xứng với P qua M. Chứng minh rằng R,A,Q thẳng hàng.

-----Hết-----

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu, Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)

Câu	Ý	Đáp án	Thang điểm																
1 (4đ)		<p>ĐKXĐ:</p> $\begin{cases} 1-x \neq 0 \\ x+1 \neq 0 \\ 1-2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -1 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}$ <p><math>A = \left( \frac{1}{1-x} + \frac{2}{x+1} - \frac{5-x}{1-x^2} \right) : \frac{1-2x}{x^2-1}</math></p>	0,5																
	a	<p><math>A = \left( \frac{1}{1-x} + \frac{2}{1+x} - \frac{5-x}{(1+x)(1-x)} \right) : \frac{2x-1}{1-x^2}</math></p> <p><math>A = \left( \frac{1+x+2(1-x)-(5-x)}{(1+x)(1-x)} \right) : \frac{2x-1}{(1+x)(1-x)}</math></p> <p><math>A = \left( \frac{1+x+2-2x-5+x}{(1+x)(1-x)} \right) : \frac{2x-1}{(1+x)(1-x)}</math></p> <p><math>A = \left( \frac{-2}{(1+x)(1-x)} \right) \cdot \frac{(1+x)(1-x)}{2x-1}</math></p> <p><math>A = \frac{-2}{2x-1}</math></p>	0,25 0,25 0,5 0,25 0,25																
	b	<p>Để A nhận giá trị nguyên thì: <math>-2:(2x-1)</math>  <math>\Rightarrow 2x-1 \in U(-2) = \{\pm 1; \pm 2\}</math></p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">+) <math>2x-1=1</math></td> <td style="text-align: center;"><math>2x-1=-1</math></td> <td style="text-align: center;"><math>2x-1=2</math></td> <td style="text-align: center;"><math>2x-1=-2</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>\Leftrightarrow 2x=2</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\Leftrightarrow 2x=0</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\Leftrightarrow 2x=3</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\Leftrightarrow 2x=-1</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>\Leftrightarrow x=1</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\Leftrightarrow x=0</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\Leftrightarrow x=\frac{3}{2}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">=1(loại)</td> <td style="text-align: center;">=0(t/m)</td> <td style="text-align: center;">(t/m)</td> <td style="text-align: center;">(t/m)</td> </tr> </table> <p>Vậy để A nhận giá trị nguyên thì <math>x \in \left\{ 0; \frac{3}{2}; -\frac{1}{2} \right\}</math></p>	+) $2x-1=1$	$2x-1=-1$	$2x-1=2$	$2x-1=-2$	$\Leftrightarrow 2x=2$	$\Leftrightarrow 2x=0$	$\Leftrightarrow 2x=3$	$\Leftrightarrow 2x=-1$	$\Leftrightarrow x=1$	$\Leftrightarrow x=0$	$\Leftrightarrow x=\frac{3}{2}$	$\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$	=1(loại)	=0(t/m)	(t/m)	(t/m)	0,5đ 0,5 0,5
+) $2x-1=1$	$2x-1=-1$	$2x-1=2$	$2x-1=-2$																
$\Leftrightarrow 2x=2$	$\Leftrightarrow 2x=0$	$\Leftrightarrow 2x=3$	$\Leftrightarrow 2x=-1$																
$\Leftrightarrow x=1$	$\Leftrightarrow x=0$	$\Leftrightarrow x=\frac{3}{2}$	$\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$																
=1(loại)	=0(t/m)	(t/m)	(t/m)																
2 (2đ)	a	<p><math>x^2 - 6x + 8</math>  <math>= x^2 - 6x + 9 - 1</math></p>																	

		$= (x^2 - 6x + 9) - 1$ $= (x - 3)^2 - 1^2$ $= (x - 3 + 1)(x - 3 - 1)$ $= (x - 2)(x - 4)$	0,25 0,25 0,25 0,25										
	<b>b</b>	$x^3 - 3x^2 - 16x + 48$ $= (x^3 - 3x^2) - (16x - 48)$ $= x^2(x - 3) - 16(x - 3)$ $= (x - 3)(x^2 - 16)$ $= (x - 3)(x - 4)(x + 4)$	0,25 0,25 0,25 0,25										
	<b>a</b>	<p>Ta có: <math>n^3 - n = n(n^2 - 1) = (n - 1).n.(n + 1)</math>  là tích của 3 số nguyên liên tiếp nên chia hết cho 2 và chia hết cho 3  mà 2 và 3 nguyên tố cùng nhau  <math>\Rightarrow (n - 1).n.(n + 1)</math> chia hết cho 6 (đpcm)</p>	1đ 0,5 0,25 0,25										
<b>3</b> <b>(4đ)</b>	<b>b</b>	<p><math>A(x) = 2x^3 + 7x^2 + ax + b</math> chia hết cho <math>B(x) = x^2 + x + 1</math>  Đặt phép tính chia</p> <table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>2x^3 + 7x^2 + ax + b</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>x^2 + x + 1</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>2x^3 + 2x^2 - 2x</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>2x + 5</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>5x^2 + (a + 2)x + b</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>5x^2 + 5x - 5</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>(a - 3)x + b - 5</math></td> <td></td> </tr> </table> <p>Để <math>A(x)</math> chia hết cho <math>B(x)</math> thì <math>a - 3 = 0</math> và <math>b - 5 = 0</math>  Suy ra <math>a = 3</math> và <math>b = 5</math>  Vậy để <math>A(x)</math> chia hết <math>B(x)</math> thì <math>a = 3</math> và <math>b = 5</math></p>	$2x^3 + 7x^2 + ax + b$	$x^2 + x + 1$	$2x^3 + 2x^2 - 2x$	$2x + 5$	$5x^2 + (a + 2)x + b$		$5x^2 + 5x - 5$		$(a - 3)x + b - 5$		1đ 0,25 0,25 0,5
$2x^3 + 7x^2 + ax + b$	$x^2 + x + 1$												
$2x^3 + 2x^2 - 2x$	$2x + 5$												
$5x^2 + (a + 2)x + b$													
$5x^2 + 5x - 5$													
$(a - 3)x + b - 5$													
<b>4</b> <b>(4đ)</b>	<b>a</b>	<p>Cho: <math>x - y = 7</math>. Tính giá trị của biểu thức  <math>x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 5y + 6</math>  Ta có: <math>x^2 - 2xy + y^2 - 5x - 5y + 6</math>  <math>= (x^2 - 2xy + y^2) - 5(x - y) + 6</math>  <math>= (x - y)^2 - 5(x - y) + 6</math> (*)  Thay <math>x - y = 7</math> vào biểu thức (*) ta được: <math>7^2 - 5.7 + 6 = 20</math></p>	0,5 0,5 1										

	<b>b</b>	<p>Chứng minh: <math>a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca</math> với mọi <math>a, b, c</math>.</p> <p>Ta có: <math>a^2 + b^2 \geq 2ab</math>  <math>b^2 + c^2 \geq 2bc</math>  <math>c^2 + a^2 \geq 2ac</math></p> <p>Cộng vế với vế ba bất đẳng thức trên, ta được:  <math>2(a^2 + b^2 + c^2) = 2(ab + bc + ca)</math>  <math>\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca</math>  Dấu “=” xảy ra <math>\Leftrightarrow a = b = c</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p>
		<p>Vẽ hình</p>	0,5
<b>5</b> <b>(6đ)</b>	<b>a</b>	<p>Ta có M là trung điểm của AB  N là trung điểm của AC  <math>\Rightarrow MN</math> là đường trung bình của tam giác ABC  <math>\Rightarrow \begin{cases} MN \parallel BC \\ MN = \frac{1}{2} BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MN \parallel BP \\ MN = BP \end{cases} \Rightarrow MBNP</math> là hình bình hành</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>1</p>
	<b>b</b>	<p>Ta có : M là trung điểm của AB  P là trung điểm của BC  <math>\Rightarrow MP</math> là đường trung bình của tam giác ABC  <math>\Rightarrow MP \parallel AC</math> mà <math>AC \perp AB \Rightarrow MP \perp AB</math> hay <math>\angle M = 90^\circ</math>  Tương tự : Ta có <math>PN</math> là đường trung bình của tam giác ABC  <math>\Rightarrow PN \parallel AB</math> mà <math>AB \perp AC \Rightarrow PN \perp AC</math> hay <math>\angle N = 90^\circ</math>  <math>\Leftrightarrow AMPN</math> là hình chữ nhật (có 3 góc vuông)</p>	<p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>

	<b>c</b>	<p>Ta có <math>\begin{cases} PM = MR \\ \angle M = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow R</math> đối xứng với P qua AB <math>\Rightarrow \angle A_1 = \angle A_2</math></p> <p>Ta có <math>\begin{cases} NP = NQ \\ \angle N = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow Q</math> đối xứng với P qua AC <math>\Rightarrow \angle A_3 = \angle A_4</math> (2)</p> <p>Ta có  <math>\angle RAQ = \angle A_1 + \angle A_2 + \angle A_3 + \angle A_4 = 2\angle A_2 + 2\angle A_3 = 2\angle BAC = 2 \cdot 90^\circ = 180^\circ</math></p> <p>Vậy R, A, Q thẳng hàng</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,75</p> <p>0,25</p>
--	----------	--	---