

Câu I (4,0 điểm): Thực hiện phép tính:

$$A = 1800 : \{450 : [450 - (4 \cdot 5^3 - 2^3 \cdot 5^2)]\}$$

$$B = \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6} ; \quad C = 1 + 3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{2022}$$

Câu II (4,0 điểm): Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết:

$$\text{a) } x : \left(9\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\right) = \frac{0,4 + \frac{2}{9} - \frac{2}{11}}{1,6 + \frac{8}{9} - \frac{8}{11}} \quad \text{b) } (2x - 15)^5 = (2x - 15)^3$$

Câu III (4,0 điểm): a) Tìm các số nguyên tố x, y, z thỏa mãn $x^y + 1 = z$

b) Tìm các số nguyên a, b biết rằng: $\frac{a}{7} - \frac{1}{2} = \frac{1}{b+3}$

Câu IV (6,0 điểm):

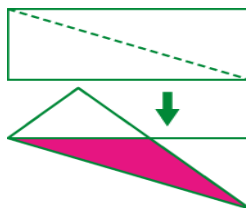
1) Trên tia Ox lấy hai điểm M và N , sao cho $OM = 3$ cm và $ON = 7$ cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng MN .

b) Lấy điểm P trên tia Ox , sao cho $MP = 2$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng OP .

2) Cho 25 điểm trong đó có đúng 8 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm thẳng hàng. Vẽ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Hỏi vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng?

3) Một tờ giấy hình chữ nhật được gấp theo đường chéo như hình vẽ. Diện tích hình nhận được bằng $\frac{5}{8}$ diện tích hình chữ nhật ban đầu. Biết diện tích phần tô màu là 18 cm^2 . Tính diện tích tờ giấy ban đầu.



Câu V (2,0 điểm): Tìm tất cả các bộ ba số nguyên tố a, b, c đôi một khác nhau thỏa mãn điều kiện:

$$20abc < 30(ab + bc + ca) < 21abc$$

- Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:

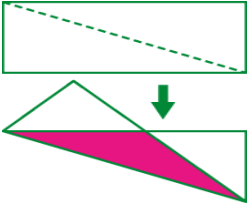
Chú ý: Cán bộ coi thi không được giải thích gì thêm.

HƯỚNG DẪN CHẤM HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN 6
NĂM HỌC 2020 – 2021

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1 (4,0 điểm)	1 điểm	$A = 1800 : \{ 450 : [450 - (4.5^3 - 2^3.5^2)] \}$ $= 1800 : \{ 450 : [450 - (4 \cdot 125 - 8 \cdot 25)] \}$ $= 1800 : \{ 450 : [450 - 300] \}$ $= 1800 : \{ 450 : 150 \}$ $= 1800 : 3 = 600$	0,25 0,25 0,25 0,25
	1.5 điểm	$B = \frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^{10}.6^{19} - 7.2^{29}.27^6}$ $= \frac{5.2^{2.15}.3^{2.9} - 2^2.3^{20}.2^{3.9}}{5.2^{10}.2^{19}.3^{19} - 7.2^{29}.3^{3.6}}$ $= \frac{5.2^{30}.3^{18} - 2^2.3^{20}.2^{27}}{5.2^{29}.3^{19} - 7.2^{29}.3^{18}}$ $= \frac{2^{29}.3^{18}(5.2 - 3^2)}{2^{29}.3^{18}(5.3 - 7)}$ $= \frac{10 - 9}{15 - 7} = \frac{1}{8}$	0,5 0,25 0,25 0,25 0,25
	1.5 điểm	$C = 1 + 3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{2022}$ Ta có: $C = 1 + 3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{2022}$ $\Rightarrow 3^2 C = 3^2(1 + 3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{2022})$ $\Rightarrow 9C = 3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{2024}$ $\Rightarrow 9C - C = (3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{2024}) - (1 + 3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{2022})$ $\Rightarrow 8C = 3^{2024} - 1$ $\Rightarrow C = \frac{3^{2024} - 1}{8}$	0,5 0,25 0,5 0,25
2 (4,0 điểm)	a) 2 điểm	$x : \left(9\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \right) = \frac{0,4 + \frac{2}{9} - \frac{2}{11}}{1,6 + \frac{8}{9} - \frac{8}{11}}$ $\Rightarrow x : 8 = \frac{0,4 + \frac{2}{9} - \frac{2}{11}}{4 \left(0,4 + \frac{2}{9} - \frac{2}{11} \right)}$ $\Rightarrow x : 8 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 2.$ Vậy $x = 2$	1 đ 0,75 0,25
	b)	b) $(2x - 15)^5 = (2x - 15)^3$	

	2 điểm	$\Rightarrow (2x-15)^5 - (2x-15)^3 = 0$ $\Rightarrow (2x-15)^3 \cdot (2x-15)^2 - (2x-15)^3 \cdot 1 = 0$ $\Rightarrow (2x-15)^3 \cdot [(2x-15)^2 - 1] = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} (2x-15)^3 = 0 \\ (2x-15)^2 - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-15 = 0 \\ (2x-15)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-15 = 0 \\ 2x-15 = 1 \\ 2x-15 = -1 \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} x = 7,5 \\ x = 8 \\ x = 7 \end{cases}$ Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x = 7$ hoặc $x = 8$ Vậy $x \in \{7; 8\}$	0,25 0,5 0,5 0,25 0,25 0,25
3 (4,0 điểm)	a) 2 điểm	a) Tìm các số nguyên tố x, y, z thỏa mãn $x^y + 1 = z$ Vì x, y là các số nguyên tố $\Rightarrow x \geq 2, y \geq 2$ $\Rightarrow z \geq 5 \Rightarrow z \text{ là số nguyên tố lẻ}$ $\Rightarrow x^y \text{ là số chẵn} \Rightarrow x \text{ chẵn}$ $\Rightarrow x = 2 \text{ thay vào ta có}$ $z = 2^y + 1$ Nếu y lẻ $\Rightarrow 2^y + 1 \vdots 3$ ($a^n + b^n \vdots a + b$ lẻ) $\Rightarrow z \vdots 3 \text{ vô lí}$ Do đó y là số chẵn $\Rightarrow y = 2$ Thay $x = 2; y = 2 \Rightarrow z = 5$ Vậy $x = 2; y = 2 \Rightarrow z = 5$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
	b) 2 điểm	Tìm các số nguyên a, b biết rằng: $\frac{a}{7} - \frac{1}{2} = \frac{1}{b+3}$ $\frac{a}{7} - \frac{1}{2} = \frac{1}{b+3} \Rightarrow \frac{2a-7}{14} = \frac{1}{b+3} \Rightarrow (2a-7)(b+3) = 14$ Do $a, b \in \mathbb{Z}$ nên $2a-7 \in U(14)$ Vì $2a-7$ lẻ nên $2a-7 \in \{\pm 1; \pm 7\} \Rightarrow a \in \{0; 3; 4; 7\}$ Vậy $(a; b) = \{(0; -5); (3; -17); (4; 11); (7; -1)\}$	0,5 0,25 0,25 0,5
4	a)	1) Trên tia Ox lấy hai điểm M và N , sao cho $OM = 3$ cm và $ON = 7$ cm.	

(6,0 điểm)	2 điểm	a) Tính độ dài đoạn thẳng MN. b) Lấy điểm P trên tia Ox, sao cho $MP = 2$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng OP. a) Trên tia Ox, ta có: $OM < ON$ ($3 < 7$) nên M nằm giữa hai điểm O và N $\Rightarrow OM + MN = ON$ $\Rightarrow 3 + MN = 7$ $\Rightarrow MN = 7 - 3 = 4$ (cm) Vậy $MN = 4$ (cm). b) TH1: P nằm giữa M và N. Vì P nằm giữa M và N mà M nằm giữa hai điểm O và N Nên M nằm giữa O và P $\Rightarrow OP = OM + MP$ $\Rightarrow OP = 3 + 2 = 5$ (cm) TH2: P nằm giữa O và M. Vì P nằm giữa O và M Nên $OM = OP + PM$ $\Rightarrow 3 = OP + 2$ $\Rightarrow OP = 1$ (cm).	0,5 0,75 0,75
	b) 2 điểm	2) Cho 25 điểm trong đó có đúng 8 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm thẳng hàng. Vẽ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Hỏi vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng? Nếu 25 điểm đã cho không có ba điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng vẽ được $25.24:2 = 300$ đường thẳng. Với 8 điểm, không có điểm nào thẳng hàng vẽ được: $8.7:2 = 28$ (đường thẳng) Còn nếu 8 điểm này thẳng hàng thì chỉ vẽ được 1 đường thẳng.	0,5 0,5 0,5 0,25

		Do vậy số đường thẳng bị giảm đi là: $28 - 1 = 27$ (đường thẳng) Số đường thẳng cần tìm là: $300 - 27 = 273$ (đường thẳng)	0,25
	c) 2 điểm	3) Một tờ giấy hình chữ nhật được gấp theo đường chéo như hình vẽ. Diện tích hình nhận được bằng $\frac{5}{8}$ diện tích hình chữ nhật ban đầu. Biết diện tích phần tô màu là 18 cm^2. Tính diện tích tờ giấy ban đầu.  Khi gấp tờ giấy hình chữ nhật theo đường chéo (đường nét đứt) thì phần hình tam giác được tô màu bị xếp chồng lên nhau. Do đó diện tích hình chữ nhật ban đầu lớn hơn diện tích hình nhận được chính là diện tích tam giác được tô màu. Diện tích hình chữ nhật ban đầu giảm đi bằng $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ diện tích hình chữ nhật ban đầu. Do vậy diện tích tam giác tô màu bằng $\frac{3}{8}$ diện tích hình chữ nhật ban đầu, hay $\frac{3}{8}$ diện tích hình chữ nhật ban đầu bằng 18 cm^2. Vậy diện tích hình chữ nhật ban đầu là: $18 : \frac{3}{8} = 48 (\text{cm}^2)$	0,5 0,5 0,5 0,5
5 (2,0 điểm)		<i>Tìm tất cả các bộ ba số nguyên tố a, b, c đôi một khác nhau thỏa mãn điều kiện: $20abc < 30(ab + bc + ca) < 21abc$</i> Từ giả thiết suy ra $\frac{2}{3} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} < \frac{7}{10}$. Để không giảm tính tổng quát giả sử $a > b > c > 1$. Suy ra $\frac{2}{3} < \frac{3}{c} \Rightarrow 2c < 9$, do đó $c \in \{2; 3\}$. Với $c = 2$ suy ra $\frac{2}{3} < \frac{1}{2} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} < \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{1}{6} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} < \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{6} < \frac{2}{b}$ và $\frac{1}{b} < \frac{1}{5}$. Do đó $b \in \{7; 11\}$. + Với $b = 7$, khi đó từ $\frac{1}{6} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} < \frac{1}{5}$ suy ra $\frac{1}{42} < \frac{1}{a} < \frac{2}{35}$ $\Rightarrow a \in \{19; 23; 29; 31; 37; 41\}$. + Với $b = 11$ từ $\frac{1}{6} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} < \frac{1}{5}$ suy ra $\frac{5}{66} < \frac{1}{a} < \frac{6}{55} \Rightarrow a = 13$ do $a > b$.	0.25 0,25 0.25 0,25 0,25 0,25

		Với $c=3$ từ giả thiết suy ra $\frac{1}{3} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} < \frac{11}{30} \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{2}{b} \Rightarrow b < 6 \Rightarrow b = 5$ (do $b > c$).	0,25
		Thay $b=5$ vào $\frac{1}{3} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} < \frac{11}{30}$ ta được $6 < a < \frac{15}{2} \Rightarrow a = 7$. Vậy các bộ ba số nguyên tố khác nhau $(a;b;c)$ thỏa mãn là: $(19;7;2), (23;7;2), (29;7;2), (31;7;2), (37;7;2), (41;7;2), (13;11;2), (7;5;3)$ và các hoán vị của nó.	0,25

Chú ý:

- 1) Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.
- 2) Bài hình (Câu 4) không vẽ hình hoặc vẽ hình sai cơ bản thì không chấm điểm.