

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1 (3 điểm)

Cho biểu thức $A = \left(\frac{x^2 - 16}{x - 4} - 1 \right) : \left(\frac{x - 2}{x - 3} + \frac{x + 3}{x + 1} + \frac{x + 2 - x^2}{x^2 - 2x - 3} \right)$

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tìm số nguyên x để $\frac{A}{x^2 + x + 1}$ nhận giá trị nguyên.

Bài 2 (5 điểm)

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 + 5xy + 6y^2$

b) $x^3 - 3x^2 + 4x - 2$

c) $x^2(x + 1)^2 + 2x^2 + 2x - 8$

2. Tìm x biết: $\frac{x^2}{x^2 - 2x + 1} = 3x^2 + 4x$

3. Cho a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3$

Tính giá trị của $A = \frac{1}{a^2b^2 + b^2 + 1} + \frac{1}{b^2c^2 + c^2 + 1} + \frac{1}{c^2a^2 + a^2 + 1}$

Bài 3 (4 điểm)

1. Đa thức $f(x)$ chia cho $x + 1$ thì được dư là 5, nếu chia cho $x^2 + 1$ thì được dư là $x + 2$. Tìm dư trong phép chia $f(x)$ cho $x^3 + x^2 + x + 1$
2. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $5x + 53 = 2xy + 8y^2$

Bài 4 (6 điểm)

Cho hình vuông ABCD, gọi E là điểm bất kỳ trên cạnh BC, tia AE cắt DC tại M, tia DE cắt AB tại N, BM cắt CN tại K, NC cắt AD tại I.

1. Chứng minh: $BC^2 = BN \cdot CM$ và BM vuông góc với CN.
2. Gọi Q là hình chiếu của I trên BC. Tính $\widehat{AKQ}$
3. Xác định vị trí của E trên cạnh BC để chu vi tam giác BKC lớn nhất.

Bài 5 (2 điểm)

Cho a, b, c đôi một khác nhau. Chứng minh: $\frac{a^2 + b^2}{(a - b)^2} + \frac{b^2 + c^2}{(b - c)^2} + \frac{c^2 + a^2}{(c - a)^2} \geq \frac{5}{2}$

-----Hết-----
(Đề thi có 01 trang)