|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****ĐỒNG NAI****ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT** **NĂM HỌC 2020 - 2021****MÔN THI: TOÁN (CHUYÊN)***Thời gian làm bài: 150 phút* |

**Câu 1 (*2,25 điểm*).**

1) Tìm các số nguyên vàthỏa mãn và .

2) Tìm các tham số nguyên để phương trình có nghiệm nguyên.

3) Cho  là số thực thỏa mãn  và 

Rút gọn biểu thức . Tìm để đạt giá trị lớn nhất.

**Câu 2** **(*1,5 điểm*).**

1)Giải phương trình .

2)Tìm các tham số thực để phương trình có hai nghiệm sao cho biểu thức đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 3 (*1,5 điểm*).**

Giải hai hệ phương trình sau:

1) 2) 

**Câu 4 (*2 điểm*).**

1) Cho . Chứng minh 

2) Trong mặt phẳng cho điểm thỏa mãn với  điểm bất kỳ tạo thành  đỉnh của một tam giác có diện tích nhỏ hơn . Chứng minh trong các điểm đã cho tồn tại điểm cùng nằm bên trong hoặc trên cạnh của một tam giác có diện tích nhỏ hơn 

3) Có bao nhiêu cách bỏ  cây bút khác màu gồm xanh, đen, tím, đỏ, hồng vào  hộp đựng bút khác màu gồm xanh, đen, tím, đỏ, hồng sao cho mỗi hộp chỉ có một bút và màu bút khác với màu hộp.

**Câu 5 (*2,75 điểm*).**

Cho tam giác nhọn nội tiếp đường tròn có hai đường cao cắt nhau tại trực tâm biết Gọi là giao điểm của đường thẳng với tiếp tuyến tại của Gọi  là giao điểm của hai đường thẳng và Gọi lần lượt là trung điểm của hai đoạn thẳng 

a) Chứng minh tứ giác nội tiếp đường tròn. Gọi là giao điểm của với đường tròn ngoại tiếp tứ giác   khác **.** Chứng minh  là tiếp tuyến của 

b) Chứng minh vuông góc với suy ra .

c) Chứng minh rằng ba điểm thẳng hàng.

**----HẾT----**

**LỜI GIẢI ĐỀ TUYỂN SINH VÀO 10 CHUYÊN TỈNH ĐỒNG NAI**

**NĂM HỌC 2020 – 2021**

|  |
| --- |
| **Câu 1 (*2,25 điểm*).**1) Tìm các số nguyên vàthỏa mãn và .2) Tìm các tham số nguyên để phương trình có nghiệm nguyên.3) Cho  là số thực thỏa mãn  và Rút gọn biểu thức . Tìm để đạt giá trị lớn nhất. |

**Lời giải**

**1) Tìm các số nguyên** **thỏa mãn và .**

Giả sử có thỏa mãn 

(vì 

Vậy 



Do đó chỉ có thỏa mãn bài toán.

**2) Tìm các số nguyên  để phương trình có nghiệm nguyên**

Phương trình có nghiệm 

Giả sử có nghiệm nguyên là số chính phương (vì nếu ngược lại thì có nghiệm là số vô tỷ, vô lý)

Hay 



Mà và cùng chẵn hoặc cùng lẻ

và cùng chẵn hoặc cùng lẻ

Vậy hoặc 

Giải 2 hệ trên ta được 

Vậy 

**3) Rút gọn biểu thức**



 

 



Vậy , với 

**Tìm a để  đạt giá trị lớn nhất**



Dấu xảy ra 

Vậy 

|  |
| --- |
| **Câu 2** **(*1,5 điểm*).** 1)Giải phương trình .2)Tìm các tham số thực để phương trình có hai nghiệm sao cho biểu thức đạt giá trị nhỏ nhất.  |

**Lời giải**

**1**) Giải phương trình: 

Đặt 



Vậy có hệ phương trình 



Vậy 

**2)** Tìm các tham số thực để phương trình có hai nghiệm sao cho biểu thức đạt giá trị nhỏ nhất.

 ****

Ta có **** nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt 

Áp dụng định lý Vi – et ta có: .

 Vậy







Ta có 



Vậy 

|  |
| --- |
| **Câu 3 (*1,5 điểm*).** Giải hai hệ phương trình sau:1) 2)   |

**Lời giải**

**Giải hệ phương trình**

1)

**

Lấy  nhân  theo từng vế ta có: 



Vì không thỏa mãn  nên đặt 







Vậy hệ có hai nghiệm 

2) 

*.* Lấy  trừ  vế theo vế ta được:





Vậy 

|  |
| --- |
| **Câu 4 (*2 điểm*).** 1) Cho . Chứng minh  2) Trong mặt phẳng cho điểm thỏa mãn với  điểm bất kỳ tạo thành  đỉnh của một tam giác có diện tích nhỏ hơn . Chứng minh trong các điểm đã cho tồn tại điểm cùng nằm bên trong hoặc trên cạnh của một tam giác có diện tích nhỏ hơn 3) Có bao nhiêu cách bỏ  cây bút khác màu gồm xanh, đen, tím, đỏ, hồng vào  hộp đựng bút khác màu gồm xanh, đen, tím, đỏ, hồng sao cho mỗi hộp chỉ có một bút và màu bút khác với màu hộp. |

**Lời giải**

1) Chứng minh bất đẳng thức

Ta có: 

Cần chứng minh: 

Thật vậy, 





Đặt 

Từ có: 

Tương tự: và Từ đó:



Đê có  cần chứng minh 

Bổ đề: (với thỏa mãn 

(đúng) nên  đúng

Vậy 



(vì 

Nên 

Bất đẳng thức đúng vậy bất đẳng thức  được chứng minh.

2) Chứng minh tồn tại 237 điểm thỏa mãn bài toán



Gọi  là tập hợp  điểm đã cho. Tồn tại tam giác có diện tích lớn nhất trong các tam giác có  đỉnh thuộc  gọi là có diện tích Gọi lần lượt là  đường thẳng đi qua tương ứng song song với  Gọi lần lượt là giao điểm của và , và , và .

Giả sử có điểm nằm bên ngoài tam giác 

Nếu  thuộc nửa mặt phẳng bờ  không chứa .

Vẽ 

có diện tích lớn hơn : vô lý

Tương tự nếu  thuộc nửa mặt phẳng bờ không chứa  hoặc nửa mặt phẳng bờ không chứa  thì vô lý

Vậy điểm đã cho không nằm bên ngoài 

là hình bình hành (vì và 

Tương tự 

Gọi lần lượt là trung điểm 

Tương tự chia thành  tam giác   có diện tích bằng nhau gọi là 

Theo nguyên lý Dirichlet, trong  tam giác ở  tồn tại  tam giác có ít nhất điểm đã cho nằm bên trong hoặc trên cạnh.

**3) Tính số cách bỏ 5 bút vào 5 hộp thỏa yêu cầu**

Để bỏ  cây bút vào  hộp đã cho, mỗi hộp chỉ có một bút cần thực hiện liên tiếp các bước bỏ bút vào hộp màu xanh có  cách, hộp màu đen có  cách (trừ bút đã bỏ hộp màu xanh), tương tự hộp màu tím, đỏ, hồng có  cách. Vậy có (cách).

Tương tự để bỏ  cây bút vào  hộp đã cho, mỗi hộp chỉ có một bút mà có  hộp đựng bút cùng màu,  hộp còn lại đựng  bút còn lại thì có (cách). Có  trường hợp.

Tương tự để bỏ  cây bút vào  hộp đã cho, mỗi hộp chỉ có một bút mà có  hộp với mỗi hộp đựng  bút cùng màu,  hộp còn lại đựng  bút còn lại thì có  cách. Có  trường hợp

Tương tự để bỏ  cây bút vào  hộp đã cho, mỗi hộp chỉ có  bút mà lần lượt có hộp với mỗi hộp đựng bút cùng màu; các hộp còn lại đựng các hộp bút còn lại thì có (cách). Tương ứng có  trường hợp (liệt kê).

Vậy số cách bỏ bút thỏa mãn là: (cách)

|  |
| --- |
| **Câu 5 (*2,75 điểm*).** Cho tam giác nhọn nội tiếp đường tròn có hai đường cao cắt nhau tại trực tâm biết Gọi là giao điểm của đường thẳng với tiếp tuyến tại của Gọi  là giao điểm của hai đường thẳng và Gọi lần lượt là trung điểm của hai đoạn thẳng a) Chứng minh tứ giác nội tiếp đường tròn. Gọi là giao điểm của với đường tròn ngoại tiếp tứ giác   khác **.** Chứng minh  là tiếp tuyến của b) Chứng minh vuông góc với suy ra .c) Chứng minh rằng ba điểm thẳng hàng. |

**Lời giải**

****

**a) Chứng minh nội tiếp**

Vì là trung điểm của dây của hay 

Mặt khác(vì là tiếp tuyến của tại ) hay 

Vậy 

Do đó tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính (chứng minh trên) nên (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính )

Vậy  là tiếp tuyến của tại .

**b) Chứng minh **

Có (vì là đường cao của ). Tương tự 

Vậy Tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính (tương tự tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính với là trung điểm của (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  của 

Hay mà (góc chung)

Vậy 

Gọi là giao điểm của với khác . Tương tự 

Từ đó Mà (góc chung)

Vậy hay 

Mà hai điểm và nằm cùng phía đối với đường thẳng nên tứ giác nội tiếp đưởng tròn 

Vẽ đường kính  của (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn 



Mà (vì  là đường cao của hay 

Vậy Tương tự Từ đó là hình bình hành

cắt nhau tại trung điểm mỗi đoạn

Mà là trung điểm  (gt)là trung điểm 

Mặt khác (góc nội tiếp chắn nửa 

Vậy 4 điểm thẳng hàng. Do đó 

**Chứng minh **

Ta có (vì là trực tâm của 

Vậy là trực tâm của 

**c) Chứng minh** **thẳng hàng**

Vì tứ giác nội tiếp đường tròn (cmt)

(do cùng bù với hay mà (góc chung)

Vậy 

Mà (do .

Vậy 

Mặt khác (vì phụ với phụ với với  là giao điểm của và mà (do hai góc nội tiếp cùng chắn một cung của 

Lấy trừ vế theo vế có 

Lại có (hai góc so le trong, vì 

(hai góc nội tiếp cùng chắn một cung của đường tròn đường kính 

Mà cân tại  do bán kính )

Vậy . Do đó ba điểm thẳng hàng.

**----HẾT----**