|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****ĐỀ CHÍNH THỨC****NAM ĐỊNH** | **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN****NĂM HỌC 2020-2021.****Môn thi:** TOÁN **(chuyên)***Thời gian làm bài: 150 phút.*(Đề thi gồm: 01 trang) |

**Câu 1 (2,0 điểm).**

1. Cho các số thực  khác 0. Đặt ,  và 

Chứng minh 

1. Cho các số thực  khác  thỏa mãn 

Tính giá trị của biểu thức 

**Câu 2 (2,0 điểm).**

a) Giải phương trình 

b) Giải hệ phương trình 

**Câu 3 (3,0 điểm).** Cho tam giác nhọn  có  nội tiếp đường tròn  Một đường tròn tiếp xúc với các cạnh  tại  và có tâm  thuộc cạnh  Kẻ đường cao  của tam giác 

a) Chứng minh các điểm  cùng thuộc một đường tròn và  là tia phân giác của góc 

b) Đường thẳng đi qua  và vuông góc với  cắt  tại  Chứng minh  đi qua trung điểm  của 

c) Tiếp tuyến của đường tròn  tại  và  cắt nhau tại  Chứng minh 

**Câu 4 (1,5 điểm).**

a) Tìm các số nguyên  thỏa mãn 

b) Cho các số nguyên dương  thỏa mãn  Chứng minh  là lập phương của một số nguyên dương.

**Câu 5 (1,5 điểm).**

1. Cho các số thực không âm  thỏa mãn điều kiện 

Chứng minh 

1. Ban đầu có 2020 viên sỏi để trong 1 chiếc túi. Có thể thực hiện công việc như sau:

Bước 1: Bỏ đi 1 viên sỏi và chia túi này thành 2 túi mới.

Bước 2: Chọn 1 trong 2 túi này sao cho túi đó có ít nhất 3 viên sỏi, bỏ đi 1 viên từ túi này và chia túi đó thành 2 túi mới, khi đó có 3 túi.

Bước 3: Chọn 1 trong 3 túi này sao cho túi đó có ít nhất 3 viên sỏi, bỏ đi 1 viên từ túi này và chia túi đó thành 2 túi mới, khi đó có 4 túi.

Tiếp tục quá trình trên. Hỏi sau một số bước có thể tạo ra trường hợp mà mỗi túi có đúng 2 viên sỏi hay không?

--------- HẾT ---------

|  |  |
| --- | --- |
| Họ và tên thí sinh:……………………………..Số báo danh:………………………………….. | Họ tên, chữ ký GT 1:……………………………….Họ tên, chữ ký GT 2:………………………...…….. |

**---HẾT---**

**HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI CHUYÊN NAM ĐỊNH**

**NĂM HỌC 2020 – 2021**

|  |
| --- |
| **Câu 1 (2,0 điểm).**1. Cho các số thực  khác 0. Đặt ,  và

Chứng minh 1. Cho các số thực  khác  thỏa mãn

Tính giá trị của biểu thức  |

**Lời giải**

Câu 1:

a)

Ta có:





ab = 









 (đpcm)

b)

Với a, b ≠ 2 ta có :







Ta có:



= 





Vậy A = 

|  |
| --- |
| **Câu 2 (2,0 điểm).**a) Giải phương trình b) Giải hệ phương trình  |

**Lời giải**

**Câu 2**:

a)



(ĐKXĐ: x ≥ -3)









 

Vậy tập nghiệm của phương trình là { 1 ;  }

b)



ĐKXĐ: x; y 

Ta có :





Vì 





Ta có: 

Với 

Thay vào (1) ta có :









Mà 



Kết Luận ….

|  |
| --- |
| **Câu 3 (3,0 điểm).** Cho tam giác nhọn  có  nội tiếp đường tròn  Một đường tròn tiếp xúc với các cạnh  tại  và có tâm  thuộc cạnh  Kẻ đường cao  của tam giác a) Chứng minh các điểm  cùng thuộc một đường tròn và  là tia phân giác của góc b) Đường thẳng đi qua  và vuông góc với  cắt  tại  Chứng minh  đi qua trung điểm  của c) Tiếp tuyến của đường tròn  tại  và cắt nhau tại  Chứng minh  |

**Lời giải**

**Câu 3**:



a)

Theo giả thiết ta có: M, H, N cùng thuộc đường tròn đường kính AI

Hay 5 điểm M, H, I, N, A cùng thuộc một đường tròn (đpcm).

Xét và có:

AI chung

IM = IN ( = bán kính đường tròn tâm I)



Suy ra 

Xét đường tròn ngoại tiếp 5 điểm M, H, I, N, A ta có:

(tính chất góc nội tiếp cùng chắn một cung)

 HA là phân giác của góc  (đpcm)

b)Từ K kẻ đường song song với BC cắt AB,AC tại E,F

Từ đó:



 Do KI vuông gócvới BC

Từ đó ta được: Các tứ giác: IKEM nội tiếp, IKNF nội tiếp

 Suy ra,



Kết hợp với IM=IN.

 (g.c.g)



suy ra I là trung điểm của EF.

 Áp dụng bổ đề hình thang vào hình thang BEFC với: A là giao của BE và CF, K là trung điểm EF, D là trung điểm của BC.

c)

Vẽ đường tròn (S;SB) cắt AB, Ac lần lượt tại P, Q.

Ta thấy: 

PQ là đường kính của (S;SB)



Vì D là trung điểm BC (cm phần b) .

Vì tứ giác BCQP nội tiếp và





Xét  và  có :





Suy ra  hay  (đpcm).

|  |
| --- |
| **Câu 4 (1,5 điểm).**a) Tìm các số nguyên  thỏa mãn b) Cho các số nguyên dương  thỏa mãn  Chứng minh  là lập phương của một số nguyên dương. |

**Lời giải**

Câu 4.

a)









Với x , ta có :







Thay vào (\*) ta có:



 (thử lại thỏa mãn)

Với x < 0, ta có:







Thay vào (\*) ta có:



 (thử lại thỏa mãn)

Vậy nghiệm nguyên của phương trình là (x;y) = (-1;±1); (0; ±1); (1;t) với t ∈ Z.

b)

Ta có: 







Và 

Vì a; b nguyên dương 





là lập phương của b là một số nguyên dương (đpcm).

|  |
| --- |
| **Câu 5 (1,5 điểm).**1. Cho các số thực không âm  thỏa mãn điều kiện

Chứng minh b) Ban đầu có 2020 viên sỏi để trong 1 chiếc túi. Có thể thực hiện công việc như sau:Bước 1: Bỏ đi 1 viên sỏi và chia túi này thành 2 túi mới.Bước 2: Chọn 1 trong 2 túi này sao cho túi đó có ít nhất 3 viên sỏi, bỏ đi 1 viên từ túi này và chia túi đó thành 2 túi mới, khi đó có 3 túi.Bước 3: Chọn 1 trong 3 túi này sao cho túi đó có ít nhất 3 viên sỏi, bỏ đi 1 viên từ túi này và chia túi đó thành 2 túi mới, khi đó có 4 túi.Tiếp tục quá trình trên. Hỏi sau một số bước có thể tạo ra trường hợp mà mỗi túi có đúng 2 viên sỏi hay không? |

**Lời giải**

Câu 5:

1. Xét 

Cần chứng minh 

Ta có

 ( a + b + c = 1)

= 

= 

= 

= 

= 

= 

= 

Mà 

Nên



 

 

Đặt x =  thì luôn đúng

Ngoài ra – abc ≤ 0 nên S ≤ .

Đẳng thức xảy ra Trong a,b,c có một số bằng 0, hai số bằng 

Ta có BĐT cần chứng minh tương đương với:

b) Giả sử sau một số bước có thể tạo ra trường hợp mà mỗi túi có đúng 2 viên sỏi.

Gọi số túi khi đó là a (a ∈ ℕ\*)

Số sỏi khi đó còn lại là: 2a.

Số sỏi đã bỏ đi là: 2020 - 2a.

Ta thấy, mỗi bước bỏ đi một viên sỏi thì số túi mới sẽ tăng thêm 1. Tức là số túi sau khi đã bỏ đi (2020 - 2a) viên sỏi là: 2020 - 2a + 1 = 2021 - 2a.

Hay 2021 - 2a = a ⇔ a=∉ ℕ vô lý.

Hay điều giả sử là sai, tức là ta không thể tạo được trường hợp như đề bài.

**---HẾT---**