|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **LÀO CAI**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN**  **NĂM HỌC 2020-2021**  **MÔN THI: TOÁN (CHUYÊN)**  **Thời gian làm bài: 150 phút (*không kể thời gian giao đề*)**  **(Đề thi gồm 01 trang, 05 câu)** |

**Câu 1 (2,0 điểm).**

a) Cho . Tính giá trị của biểu thức .

b) Cho ba số  thỏa mãn  Chứng minh rằng



**Câu 2 (2,5 điểm).**

a) Hai bến sông  và  cách nhau . Một tàu tuần tra đi xuôi dòng từ  đến , rồi ngược dòng từ  về . Thời gian đi xuôi dòng ít hơn thời gian đi ngược dòng là  phút. Biết vận tốc xuôi dòng lớn hơn vận tốc ngược dòng là . Tính vận tốc xuôi dòng của tàu tuần tra.

b) Cho phương trình , tìm  để phương trình có hai nghiệm  sao cho biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất.

c) Trong mặt phẳng tọa độ , cho parabol  và đường thẳng . Gọi  là giao điểm của  và trục tung. Tìm  để  cắt  tại hai điểm phân biệt  sao cho diện tích tam giác  gấp  lần diện tích tam giác , biết rằng .

**Câu 3 (3,5 điểm).** Cho tam giác nhọn  và , vẽ đường tròn  ngoại tiếp tam giác kẻ  vuông góc với  tại , kẻ  vuông góc với  tại .

a) Gọi  là trực tâm của tam giác . Chứng minh rằng .

b) Gọi  là trung điểm của , tia  cắt  tại . Chứng minh rằng tứ giác  nội tiếp.

c) Đường thẳng  cắt  tại điểm thứ hai là  đường thẳng  cắt  tại điểm thứ hai là . Chứng minh rằng  là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác .

**Câu 4 (1,0 điểm).**

a) Cho , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

b) Cho  thỏa mãn , chứng minh rằng  Đẳng thức xảy ra khi nào?

**Câu 5 (1,0 điểm).**

a) Tìm  nguyên dương thỏa mãn phương trình 

b) Chứng minh rằng nếu  là số nguyên không chia hết cho 5 và không chia hết cho 7 thì  chia hết cho 35.

**………………………..HẾT………………………..**

*Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.*

*Họ và tên thí sinh:……………………………………… Số báo danh:……………………………………………..*

*Chữ kí giám thị 1:……………………………………….Chữ kí giám thị 2:……………………………………….*

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **LÀO CAI**  **HD CHẤM ĐỀ CHÍNH THỨC** | **HƯỚNG DẪN CHẤM TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN**  **NĂM HỌC 2020-2021**  **MÔN THI: TOÁN (CHUYÊN 1)**  **(Hướng dẫn gồm 05 trang)** |

**I. HƯỚNG DẪN CHUNG**

1. Cho điểm lẻ tới 0,25 điểm;

2. Điểm toàn bài là tổng điểm thành phần, không làm tròn;

3. Chỉ cho điểm tối đa khi bài làm của học sinh chính xác về mặt kiến thức;

4. Thí sinh giải đúng bằng cách khác cho điểm tương ứng ở các phần;

5. Nếu thí sinh vẽ sai hình thì không cho điểm câu hình học.

**II. ĐÁP ÁN-THANG ĐIỂM**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nôi dung** | **Điểm** |
| 1a) | Cho . Tính giá trị của biểu thức . |  |
|  |  | 0,25 |
|  |  | 0,25 |
|  | Ta chia đa thức  cho , ta được | 0,25 |
|  | Do  suy ra | 0,25 |
| 1b) | Cho ba số  thỏa mãn  Chứng minh rằng |  |
|  | Tương tự ta có:  và | 0,25 |
|  | Suy ra | 0,25 |
|  |  | 0,25 |
|  | (đpcm) | 0,25 |
| 2a) | Hai bến sông  và  cách nhau . Một tàu tuần tra đi xuôi dòng từ  đến , rồi ngược dòng từ  về . Thời gian đi xuôi dòng ít hơn thời gian đi ngược dòng là  phút. Biết vận tốc xuôi dòng lớn hơn vận tốc ngược dòng là . Tính vận tốc xuôi dòng của tàu tuần tra. |  |
|  | Đổi 20 phút  giờ  Gọi  (km/h) là vận tốc xuôi dòng của tàu tuần tra, điều kiện  Suy ra vận tốc ngược dòng là  (km/h)  (*Nếu học sinh không cho điều kiện  vẫn cho điểm tối đa phần này)* | 0,25 |
|  | Thời gian xuôi dòng là  (giờ)  Thời gian ngược dòng là  (giờ) | 0,25 |
|  | Do thời gian xuôi ít hơn thời gian ngược 20 phút nên ta có phương trình | 0,25 |
|  | Quy đồng khử mẫu ta được  Giải phương trình trên ta thu được  (nhận) và (loại)  Vậy, vận tốc của tàu tuần tra khi xuôi dòng là (km/h) | 0,25 |
| 2b) | Cho phương trình , tìm  để phương trình có hai nghiệm  sao cho biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất. |  |
|  | Điều kiện để phương trình có 2 nghiệm là | 0,25 |
|  | Vì là nghiệm của phương trình nên ta có: | 0,25 |
|  | Thay (1), (2), (3) vào  ta có | 0,25 |
|  | Vì  nên  .  Dấu “=” xảy ra khi  Vậy,  là giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán. | 0,25 |
| 2c) | Trong mặt phẳng tọa độ , cho parabol  và đường thẳng . Gọi  là giao điểm của  và trục tung. Tìm  để  cắt  tại hai điểm phân biệt  sao cho diện tích tam giác  gấp  lần diện tích tam giác , biết rằng . |  |
|  | |  |  | | --- | --- | | Xét phương trình hoành độ giao điểm của  và , ta có  Do  nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm trái dấu . Theo giả thiết  suy ra  Thay  vào phương trình đường thẳng  ta được  , suy ra  Ta có:    *(Nếu học sinh không vẽ hình vẫn cho điểm tối đa phần này)* |  | | 0,25 |
|  | Theo Vi-ét ta có  Thay (2) vào (4) ta có  . Vì  nên  (nhận),  (loại). Với . Suy ra .Vậy . | 0,25 |
| 3 | Cho tam giác nhọn  và , vẽ đường tròn  ngoại tiếp tam giác kẻ  vuông góc với  tại , kẻ  vuông góc với  tại  a) Gọi  là trực tâm của tam giác . Chứng minh rằng .  b) Gọi  là trung điểm của , tia  cắt  tại . Chứng minh rằng tứ giác  nội tiếp.  c) Đường thẳng  cắt  tại điểm thứ hai là  đường thẳng  cắt  tại điểm thứ hai là . Chứng minh rằng  là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác . |  |
|  | *Nếu bài làm không có hình vẽ thì không chấm điểm câu hình* |  |
| 3a) | Xét hai tam giác  và  ta có  (vì cùng bằng ) | 0,25 |
|  | chung suy ra  đồng dạng với  (g-g) | 0,25 |
|  | Suy ra | 0,25 |
|  | suy ra đpcm | 0.25 |
| 3b) | Gọi  là giao điểm thứ hai của  và . Ta sẽ chứng minh  thuộc đường thẳng . Thật vậy  Ta có | 0,25 |
|  | và | 0,25 |
|  | Suy ra tứ giác  là hình bình hành suy ra hai đường chéo  và  cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường, mà  là trung điểm của  suy ra  thuộc | 0.25 |
|  | Xét tứ giác  ta có | 0.25 |
|  | suy ra tứ giác nội tiếp | 0,25 |
| 3c) | Gọi  là giao điểm thứ hai của  với  và  là giao điểm thứ hai của  với . Theo ý b) đã chứng minh được  nội tiếp  (cùng chắn cung  ) (1)  Mà sđ (2)  sđ (3)  Từ (1), (2), (3) suy ra  (4) | 0,25 |
|  | Ta có:  Mà  (vì cùng chắn cung )  Suy ra  (5)  Từ (4), (5) suy ra  (6) | 0,25 |
|  | Ta có sđsđ | 0,25 |
|  | và sđsđ  Kết hợp (6) suy ra | 0,25 |
|  | Suy ra,  là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác , suy ra điều phải chứng minh. | 0,25 |
| 4a) | Cho  , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức . |  |
|  | . Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho ba số dương  ta có | 0,25 |
|  | . Dấu “=” xảy ra . Vậy,  tại | 0,25 |
| 4b) | Cho  thỏa mãn , chứng minh rằng  Đẳng thức xảy ra khi nào? |  |
|  | Do  ta có    Tương tự ta có:  Khi đó bất đẳng thức (1) trở thành | 0,25 |
|  | Do  nên  suy ra    Tương tự ta có:  (3)  (4)  Cộng vế với vế của (2), (3), (4) ta có điều phải chứng minh  Đẳng thức xảy ra khi . | 0,25 |
| 5a) | Tìm  nguyên dương thỏa mãn phương trình |  |
|  | (1)  Ta có:  Để phương trình có nghiệm thì | 0,25 |
|  | do   mà  nguyên dương nên.  Thay vào phương trình (1) ta được:  Do  nguyên dương nên  Vậy, nghiệm nguyên dương của phương trình đã cho là | 0,25 |
| 5b) | Chứng minh rằng nếu  là số nguyên không chia hết cho 5 và không chia hết cho 7 thì  chia hết cho 35. |  |
|  | Do  không chia hết cho 5 nên ta có  chia 5 dư 1 hoặc 4, suy ra  chia 5 dư 1. Do đó  chia hết cho  suy ra  chia hết cho 5 (1) | 0,25 |
|  | Ta có:    Ta thấy  chia hết cho 7.  Do  không chia hết cho 7 nên  chia 7 dư 1 hoặc 6 , suy ra  chia 7 dư 1. Từ đó  chia hết cho 7, nên chia hết cho 7. (2)  Từ (1) và (2), với chú ý , ta suy ra điều phải chứng minh. | 0,25 |

**……………..HẾT……………..**