|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC – ĐÀO TẠO**  **TỈNH HÀ TĨNH** | **KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT**  **NĂM HỌC 2018-2019**  **MÔN THI: TOÁN CHUYÊN** |

**Câu 1** Cho là các số hữu tỉ thỏa mãn . Chứng minh rằng  là số hữu tỉ

**Câu 2** a) Giải phương trình : 

b) Giải hệ phương trình: 

**Câu 3**

1. Cho phương trình . Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm với mọi m. Tìm m để đạt giá trị nhỏ nhất
2. Cho  thỏa mãn . Chứng minh rằng 

**Câu 4** Cho đường tròn tâm (O) và dây cung AB cố định không phải đường kính. Điểm C khác A, B di động trên AB. Đường tròn tâm P đi qua C và tiếp xúc với (O) tại A, đường tròn tâm Q đi qua C và tiếp xúc với (O) tại B. Các đường tròn (P), (Q) cắt nhau tại điểm thứ hai là M. Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và B cắt nhau tại I

1. Chứng minh rằng MC là phân giác của AMB và các điểm A, M, O, B, I cùng thuộc đường tròn
2. Chứng minh rằng khi điểm C thay đổi thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MPQ luôn thuộc một đường thẳng cố định.

**Câu 5** Cho , n là số tự nhiên không âm, a là các số nguyên dương và không có 2 số nào liên tiếp. Đặt . Chứng minh rằng luon tồn tại một số chính phương thỏa mãn 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1**

Từ giả thiết đã cho ta có: 



 là một số hữu tỉ

Vậy ta có điều phải chứng minh

**Câu 2.**

1. **Giải phương trình **

Điều kiện xác định: 

Phương trình đã cho tương đương với



Vậy nghiệm của phương trình đã cho là 

1. **Giải hệ phương trình: **

Điều kiện xác định : 

Từ phương trình (1) ta có: 

Đặt 



Vậy nghiệm của hệ đã cho là và 

**Câu 3:**



Ta có nên phương trình luôn có hai nghiệm với mọi m

Theo định lý Vi et ta có: 



Vậy giá trị nhỏ nhất của P là đạt tại 

**Câu b**

Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có:



Chứng minh hoàn toàn tương tự ta có:





Vậy giá trị nhỏ nhất của P là đạt tại 

**Câu 4.**

****

1. **Chứng minh rằng MC là phân giác của góc AMB và các điểm A, M, O, B, I cùng thuộc một đường tròn**

Ta có: IA là tiếp tuyến chung của và . IB là tiếp tuyến chung của và 

thẳng hàng và thẳng hàng

Xét đường tròn có (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AC)

Xét đường tròn có: (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn cung BC)

Mà (cân tại A)

là phân giác của 

Ta có:(tổng ba góc trong tam giác)

Mà 

Tứ giác AMBI nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng )

Lại có: Tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 

Vậy các điểm A, M, O, B, I cùng thuộc một đường tròn.

1. **Chứng minh rằng khi điểm C thay đổi thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MPQ luôn thuộc một dường thẳng cố định**

Gọi J là trung điểm của OI

Ta có tam giác AMP cân tại P nên: (góc ngoài của tam giác bằng tổng hai góc trong khong kề với nó).

Tương tự ta có: Tam giác BMQ cân tại Q nên 

Mà (hai góc nội tiếp cùng chắn cung OM)

Tứ giác PMOQ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có hai góc nội tiếp cùng chắn 1 cung bằng nhau)

Do đó đường tròn ngoại tiếp tam giác MPQ chính là đường tròn ngoại tiếp tứ giác PMOQ

Các điểm thuộc đường tròn đường kính OI nên 

hay tứ giác nội tiếp

Suy ra P,M,O,Q,J cùng thuộc một đường tròn

Ta có I, O cố định nên JO cố định Trung trực của JO cố định

Vậy tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác luôn thuộc trung trực của cố định

**Câu 5.**

Vì 

Ta có:



Vì dãy số trên không có hai số nào liên tiếp nên



Ta sẽ chứng minh :



Do đó ta luôn có: nên luôn tồn tại số thỏa mãn 

Vậy là số chính phương cần tìm.